

T字配管合流部分岐管上流への逆流現象の 数値シミュレーション^{*1}

Numerical Simulation of Penetration Flow into T-Junction Branch Lines

歌野原 陽一 (Yoichi Utanohara) ^{*2}

三好 弘二 (Koji Miyoshi) ^{*2}

釜谷 昌幸 (Masayuki Kamaya) ^{*2}

要約 T字配管合流部にて温度差のある流体が混合する場合、合流部下流の配管で温度変動に伴う熱疲労が生じることがある。一般に、熱疲労はT字配管の下流で発生することが多い。しかし、米国の原子力発電所において近年、合流部から分岐管上流部にも熱疲労損傷が発生する事例があった。従って、著者らはこれまでにT-Cubic実験装置を用いてT字配管における流れ場の可視化実験を実施してきた。その結果、主管と分岐管の運動量比に応じて主管流体が間欠的に分岐管内に逆流する現象が観察された。そこで本研究では、可視化実験で観察された逆流現象を数値計算で再現することを試みた。CFDソフトウェアFLUENT 17.2を用い、ラージエディシミュレーションを実施した。作動流体の室温(20℃)の水が、内径60 mmの主管と内径30 mmの分岐管から流入するとした。流入境界は主管入口で3.1 m/s、分岐管入口で0.9 m/sとした。主管流体と分岐管流体の混合の様子を識別するために、両者の物性値は同一であるものの、成分の異なる流体として取り扱った。主管流体の質量分率分布の計算結果から、主管流体が可視化実験と同様、分岐管内へ間欠的に侵入している様子が再現された。分岐管への逆流原因として、合流による変動で分岐管内流れが壁からはく離して、はく離した間隙に主管流体が侵入するというプロセスが考察された。このような逆流現象は、従来知られていたキャビティ流れ型の逆流現象とは異なるものである。

キーワード 熱疲労, T字配管, 分岐管逆流, 数値シミュレーション

Abstract Thermal fatigue cracks may be initiated at T-junction pipes where high- and low-temperature fluids flow in and mix. Generally, thermal fatigue occurs downstream from the T-junction. However, according to recent operating experiences in one US nuclear power plant thermal fatigue occurred in the branch line upstream from the junction. Hence the authors previously conducted visualization studies of flow fields in a T-junction pipe using the T-Cubic experimental facility. As a result, it was found that flows from the main pipe penetrated into the branch line intermittently depending on the momentum ratio between main and branch lines. In the present study, numerical simulations were carried out to reproduce flow fields observed in the visualization studies. The CFD code FLUENT 17.2 was used and large eddy simulation was carried out. Inner diameters were 60 mm(main) and 30 mm(branch). Water was room temperature(20℃) and inlet velocities were 3.1 m/s(main) and 0.9 m/s(branch). To distinguish between the fluids from main and branch lines, they were treated as different fluids while physical properties were kept the same. From the distribution of the mass fraction of the main flow, the main fluid penetrated into the branch line intermittently, the same as seen in the visualization studies. The most plausible reason for the penetration flow was that the branch flow fluctuated and separated from the wall in the branch line due to mixing and the main flow penetrated into the separation region. This penetration flow was different from the previously well-known penetration due to cavity flow.

Keywords Thermal fatigue, T-junction, Penetration flow, Numerical Simulation

*1 本原稿はThe 18th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics (NURETH-18), Paper No. 27613(2019)で公表したものを和訳して転載したものである。

*2 (株)原子力安全システム研究所 技術システム研究所

1. はじめに

T字配管は原子力発電プラントや火力発電プラントにおいて必要不可欠な配管要素である。T字配管合流部にて高温水と低温水が混合する際、高サイクル熱疲労が生じる可能性があることが知られている。熱疲労は原子力発電プラントの保全において考慮しなければならない主要な劣化モードである。熱疲労のメカニズムを理解するために、これまで数多くの実験が行われてきた。OECD/NEAでは、Vattenfall社により実施されたT字配管に対する流れ場および温度場の測定実験を対象に、いくつかの国際的なベンチマークを行っている⁽¹⁾⁽²⁾。また、FATHER実験⁽³⁾では、T字配管合流部での温度変動メカニズムを調べるため、実機プラントと同様の高温条件で流体温度と配管壁面温度を計測している。日本原子力研究開発機構（JAEA）はT字配管を対象とした一連の実験（WATLON実験）⁽⁴⁾を実施している。これらのT字配管に関する実験に対し、数値流体計算による実験結果の再現方法を確立すべく、これまで様々な取り組みが実施されてきた。

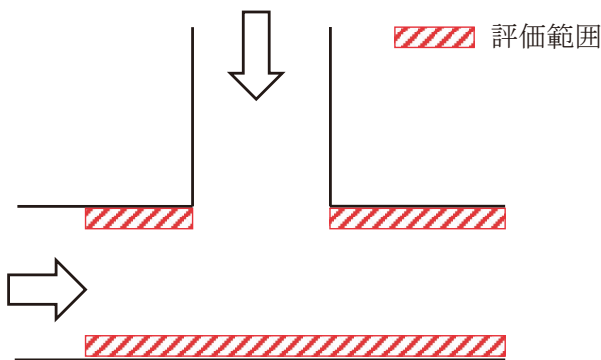


図1 JSME指針における評価範囲

日本機械学会では熱疲労を防止すべく、配管の高サイクル熱疲労に関する評価指針（以後、JSME指針）⁽⁵⁾を発行している。JSME指針では図1に示す通り、主管壁面の合流部上流・下流が評価範囲となっている。しかし、図2に示すように、合流部から分岐管上流部にも熱疲労によると思われるき裂が米国発電所で発見された⁽⁶⁾。該当部位はJSME指針の評価対象外であるため、き裂発生の詳細なメカニズムの解明が必要である。熱疲労き裂発生の原因として考えられるものに、分岐管への逆流現象が挙げられる。このような逆流は“Turbulent penetration”（乱流による侵入）と呼ばれ、これまでいくつかの研究が行われてきた^{(7)~(10)}。既存のTurbulent penetrationに関する研究では、分岐管上流側が弁で閉止されているかもしくは、弁リークが発生し主管流量よりずっと低い分岐管流量が発生している場合が想定されている。

著者らもまた、T字配管の熱疲労を対象とした研究を実験⁽¹¹⁾⁽¹²⁾、数値計算⁽¹³⁾⁽¹⁴⁾の両面から行ってきたが、これらは主に合流部下流を対象としたものだった。分岐管上流側での熱疲労の可能性を調べるために、MiyoshiとKamaya⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾は分岐管への逆流現象を可視化実験で観察している。その結果、主管と分岐管の運動量に応じて2つの逆流パターンがあることが明らかになった。しかし、実験は室温の水で行っており、高温による影響（浮力など）は検討されていない。実験により明らかになった分岐管への逆流に関する知見を補足・拡張するには、数値計算の適用が望ましい。よって、本研究では、逆流現象の可視化実験を対象とした数値流体計算（CFD）を行い、数値流体計算による実験の再現性について検討する。

2. 可視化実験の概要

2.1 計算対象

MiyoshiとKamayaによる可視化実験⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾の概要を以下に示す。実験は、図3に示すT-Cubic（Transient Temperature measurement equipment at a T-junction pipe）実験装置⁽¹¹⁾⁽¹²⁾を用いて行った。タンクから供給した作動流体（室温水）をポンプ下流で2つに分け、試験部のT字配管で再び合流させてタンクへ戻すループとなっている。作動流体は加圧せず、大気圧の状態で行った。主管と分岐

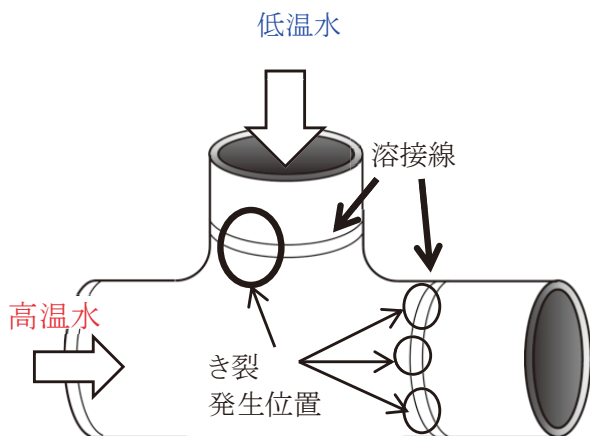


図2 米国原子力発電所でみられた熱疲労亀裂発生箇所⁽⁶⁾

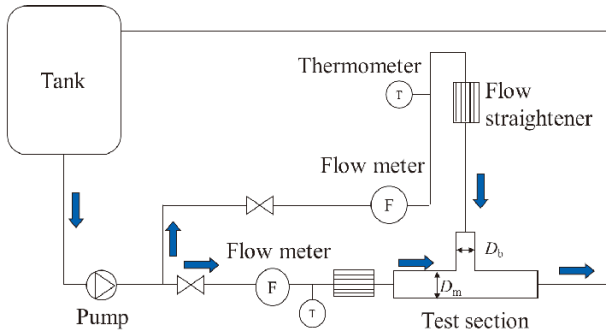


図3 T-Cubic実験装置

管のそれぞれの上流側には、流れの乱れを除去するための整流器を設置している。主管と分岐管それぞれで、合流部上流にて発達した流速分布となっていることを確認した。図4は可視化実験用の概略で、透明なアクリル樹脂で作成した。主管と分岐管の合流部の縁は丸みを付けず、角の付いた状態のままとした。試験体の配管周囲はウォータージャケットで覆い、配管表面における可視化用レーザー光の屈折を低減した。図4では、主管内径 $D_m = 60$ mm, 分岐管内径 $D_b = 30$ mmと表記したが、他に $D_m = 150$ mm, $D_b = 50$ mmおよび $D_m = 60$ mm, $D_b = 20$ mmの試験体を製作した。流れ場の可視化にはNd-YAGレーザー (Lee Laser 社, LDP-100MQG) によるレーザーシートを主管と分岐管のそれぞれの中心

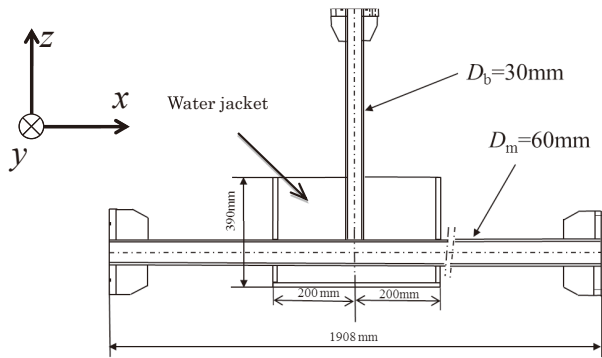


図4 可視化実験用アクリル試験体 ($D_m = 60$ mm, $D_b = 30$ mm)

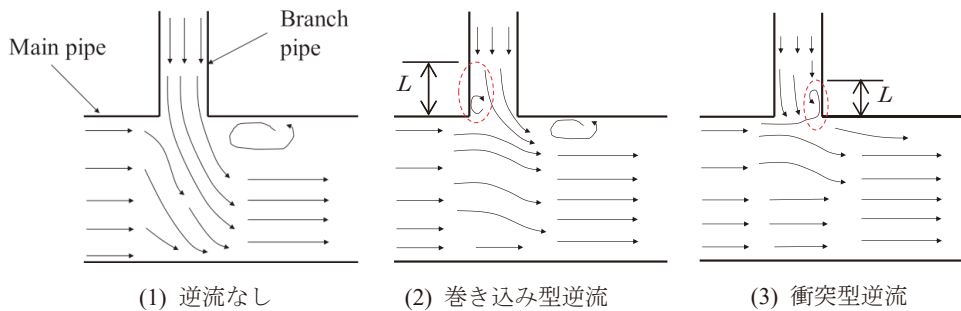


図5 観察された流動様式

軸を通るように照射し、トレーサーとして流れに混入した平均粒径 $30 \mu\text{m}$ のナイロン粒子からの散乱光を高速ビデオカメラ (nac Image Technology 社, MEMRECAM GX-1 Plus) で撮影した。粒子の動きから粒子画像流速測定法 (PIV) で 0.02 秒ごとの速度ベクトルを算出した。測定回数は1155回、測定時間は23.1秒である。流動様式の判定と主管流体の分岐管への侵入深さは、PIVによる流速ベクトル、および高速カメラによるナイロン粒子の動きから決定した。

測定の結果、図5に示すように以下の3つの流動様式が観察された。

- (1) 逆流無し
- (2) 巻き込み型逆流 (Entrained penetration)
分岐管内の流れが主管の流れにより曲げられ、分岐管内で壁からはく離れた領域に主管流体が侵入する流動様式
- (3) 衝突型逆流 (Impinged penetration)
主管流体が分岐管壁面に衝突し、分岐管内へ侵入する流動様式

上記(3)の流動様式はキャビティフローの一種で、これまでの文献では“turbulent penetration”として報告されている^{(7)~(10)}。しかし、上記(2)の流動様式については報告例が無く、本可視化実験によって初めて発見された。図2のき裂発生位置から推定するに、米国の原子力発電所で発生した熱疲労事例は、上記(2)の流動様式によって引き起こされた可能性がある。以下では、上記(2)および(3)の流動様式の名称をそれぞれ「巻き込み型逆流」、「衝突型逆流」とする。

図6は流動様式線図を示したもので、次式によって定義される主管流れの運動量 M_m および分岐管流れの運動量 M_b によって分類される。

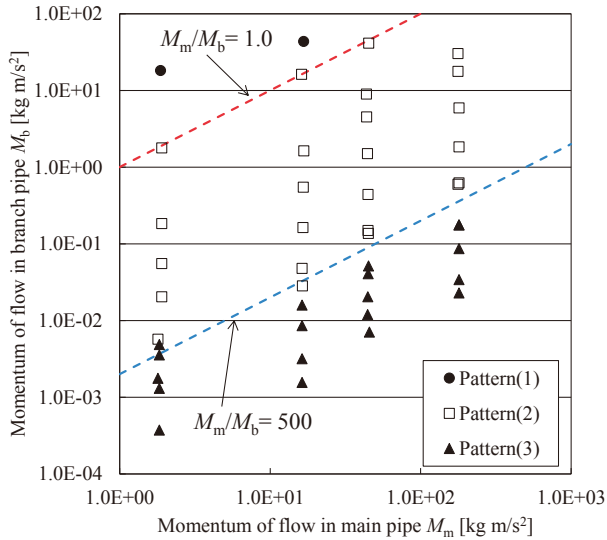


図6 流動様式線図（主管運動量 M_m および分岐管運動量 M_b による分類）

$$M_R = M_m / M_b \quad (1)$$

$$M_m = \rho D_m D_b U_m^2 \quad (2)$$

$$M_b = 1/4 \pi \rho D_b^2 U_b^2 \quad (3)$$

ここで、 ρ は密度、 U_m と U_b は主管および分岐管内の流速である。図6に示すように、逆流に関する流動様式は次の3通りに分類される。

- $M_R < 1.0$: 逆流無し
- $1.0 < M_R < 500$: 巻き込み型逆流
- $500 < M_R$: 衝突型逆流

この分類方法はKamideら⁽⁴⁾によって提案された合流部下流の流動様式分類を参考にしたものである。

60秒間のナイロン粒子の動画から、最も侵入した深さを最大侵入深さと定義した。図7は巻き込み型逆流による最大侵入深さを示したものである。 M_R が小さい場合は、分岐管の流れの運動量が比較的大きいので、主管の流れは分岐管に侵入できない。 M_R が増加するに伴い、最大侵入深さはより深くなり、およそ $M_R = 30$ でピーク値 $0.5D_b$ となった。

3. 数値計算方法

図8は計算領域を示したものである。図4に示した実験で用いた試験体と寸法は同様だが、流体領域のみモデル化し、配管金属は計算領域に含めていな

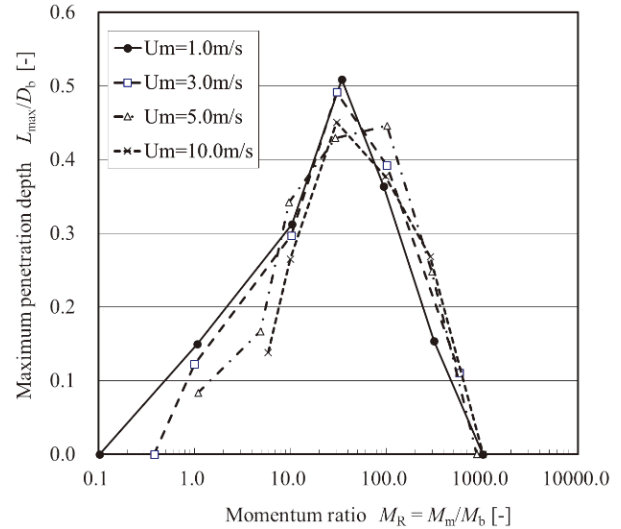


図7 巻き込み型逆流による分岐管内最大侵入深さ

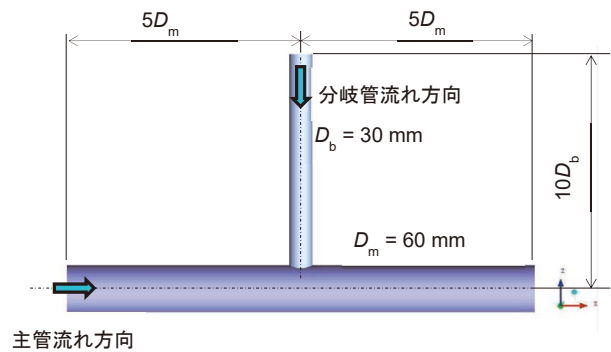


図8 計算領域

い。計算領域は、合流部より主管の上流側及び下流側にそれぞれ $5D_m$ 、分岐管の上流側に $10D_b$ の距離の範囲とした。

数値計算条件を表1に示す。CFDソフトウェアFLUENT17.2を用い、Large eddy simulation (LES)を行った。サブグリッドスケールモデルには動的Smagorinsky-Lillyモデル⁽¹⁷⁾を用いた。主管および分岐管の流入速度は、実験において最も深く分岐管へ侵入した、およそ $M_R = 30$ の値(図7)を設定した。流入境界でVortex法⁽¹⁸⁾による速度変動も考慮し、時間平均速度分布に変動速度を付加している。図9に計算メッシュを示す。メッシュ数は約26万セルである。壁面でのメッシュ第1層厚さは主管で0.01 mm、分岐管で0.02 mmである。計算領域全体で壁面 y^+ の値は5以下であり、壁面境界条件は粘着条件を適用している。初期条件は標準 $k-\epsilon$ モデルによる定常計算結果を用い、計算解が準定常状態になるまで2.5秒間計算を行い、続く10秒間(12.5秒まで)で統計量を算出した。

表1 計算条件

ソフトウェア		FLUENT 17.2	
流体 (水)		密度	998.2 kg/m ³ (20.0℃)
		粘性係数	9.626 x 10 ⁻⁴ Pa s
乱流モデル		LES (Dynamic Smagorinsky-Lilly)	
境界条件	流入境界	主管入口	管断面平均値 $U_m = 3.07$ m/s
		分岐管入口	管断面平均値 $U_b = 0.90$ m/s
		流速分布	測定結果を使用
		速度変動	Vortex法で乱流強度分布を指定
	流出境界		圧力境界
	壁面		粘着条件
時間	時間刻み		0.0002 s
	初期条件		標準 $k-\epsilon$ 計算結果
	統計量 (時間平均および変動値)		2.5 ~ 12.5 s の値で算出
計算メッシュ	流体		258,000セル
	壁面 y^+		5 以下

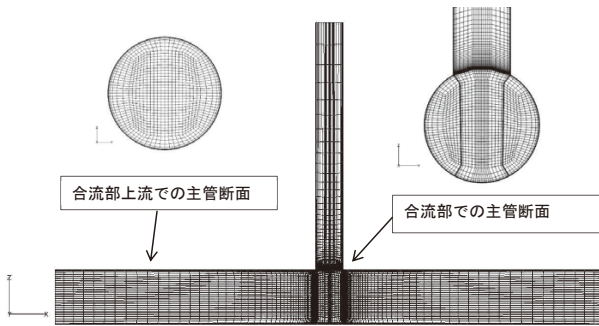


図9 管断面の計算メッシュ

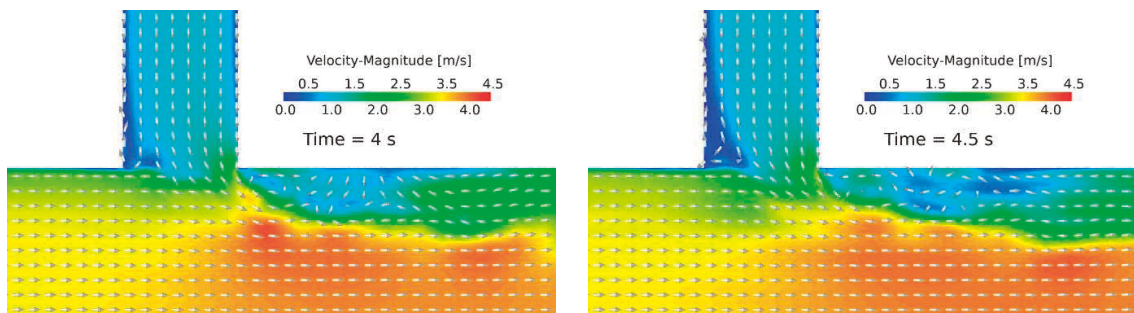
4. 結果と考察

以下で示す計算結果において、 x, y, z 座標は主管流れ方向、水平方向、鉛直方向とした(図4)。座標原点は主管中心軸と分岐管中心軸の交差点とする。

4.1 速度分布

図10に主管及び分岐管の中心軸を含む断面における速度分布の一例を示す。この場合、合流部下流で分岐管流れがはく離・再付着し、壁面に付着して流下する、いわゆる「壁面噴流」の流動様式が形成されている。主管上流側の分岐管壁面の近傍では、分岐管内で流れが逆流しており、図5で示した巻き込み型逆流が再現されている。侵入深さ L は時間とともに変動しており、4秒時で $L = 0.7 D_b$ 、4.5秒時で $L = 1.0 D_b$ であった。

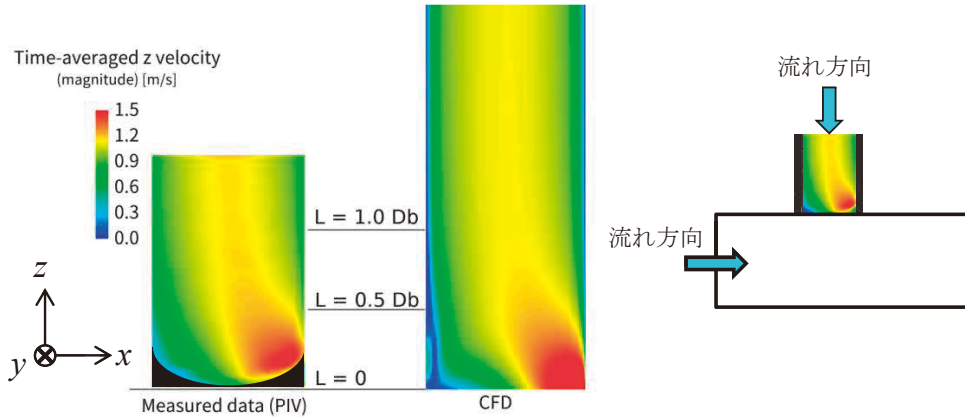
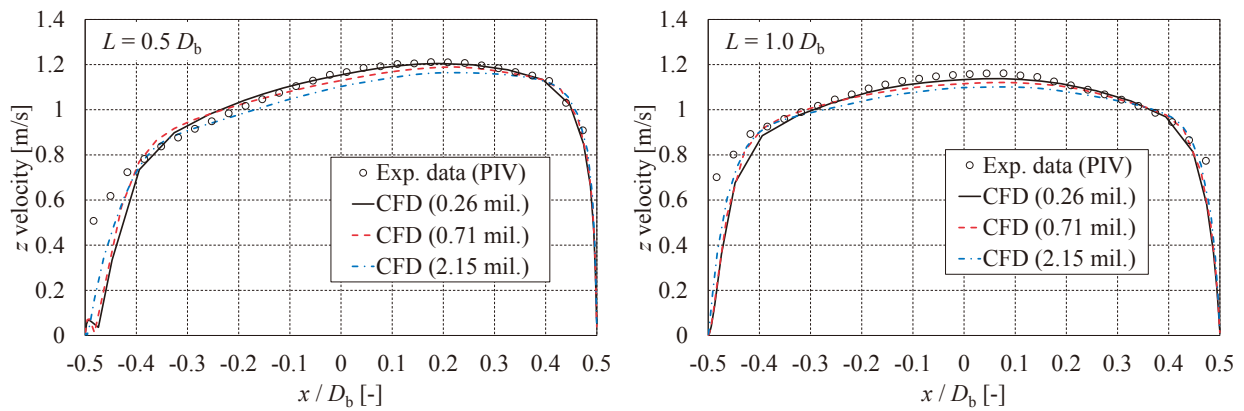
図11は時間平均流速を実験データ(PIV計測結果)と数値計算結果とで比較したものである。計測範囲は分岐管内のみである。ただし、実験で得られた画像は試験体の主管と分岐管の繋ぎ目で、接着剤などの影響で不鮮明となったため、データとして採用せ



(a) 4秒

(b) 4.5秒

図10 瞬時の速度場

図11 分岐管内での z 方向速度時間平均分布図12 z 方向速度の時間平均分布

ず黒塗りとした。実験結果と計算結果を比べると、主管下流側の角で流速が増加し、主管上流側の角で減速する、といった定性的な傾向は数値計算で再現されている。ただ、数値計算では低流速の範囲が実験データより広範囲になった。より定量的に比較したものが図12で、速度分布は実験データをよく再現しているが、上流側 ($x = -0.5 D_b$) では速度を過小評価した。図12では3種類の計算メッシュ (26万セル, 71万セル, 215万セル) の計算結果を示している。計算結果のメッシュ収束性については次節で述べる。

4.2 メッシュ収束性と離散化誤差

数値計算では計算メッシュのセルの大きさに応じて離散化誤差が発生するが、セルサイズを細かくしメッシュ解像度を上げると、離散化誤差は低減し、ある一定の計算解に収束する。よって、数値計算ではメッシュ解像度に依存しなくなる程度に収束した計算解を用いることが望ましい。ただし、あまり高

解像度の計算メッシュを用いると膨大な計算時間がかかるため、ここではある程度精度を犠牲にし、定性的な傾向が再現できるメッシュを採用した。そして、メッシュ収束性と離散化誤差の推定を ASME V&V 20⁽¹⁹⁾ に基づき行った。 x, y, z 方向に1.4倍ずつ解像度を上げた3種類の計算メッシュ (26万セル, 71万セル, 215万セル) を使用した。推定には、最大侵入深さの計算値 (4.4節で詳述) を用いた。評価結果を表2および図13に示す。 ϕ_{ext}^{21} はメッシュを無限に細かくし、 $h = 0$ となった場合の推定収束値である。使用したメッシュによる計算値と ϕ_{ext}^{21} との相対誤差を評価したものがGrid convergence index (GCI) である。GCIの値は、大きいもので4.7%であった。より詳細なメッシュ収束性を評価するには、より解像度の高い計算メッシュを使用して計算結果を比較する必要がある。26万セルの計算結果でも定性的な傾向は十分再現できていると判断して、以後では26万セルの計算結果を示した。

表2 メッシュ収束性の推定

セル数	N_1, N_2, N_3	2151200, 707952, 258000
セル幅	h_1, h_2, h_3 [mm]	0.957, 1.39, 1.94
セルサイズ比	$r_{21} (= h_2/h_1)$	1.45
セルサイズ比	$r_{32} (= h_3/h_2)$	1.40
評価パラメータ (最大侵入深さ)	ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3	0.72, 0.96, 0.94
収束次数	p	6.2
$h = 0$ での補外値	ϕ_{ext}^{21}	0.693
Grid convergence index (N_1 と N_2)	GCI_{21}	4.7%
Grid convergence index (N_2 と N_3)	GCI_{32}	0.4%

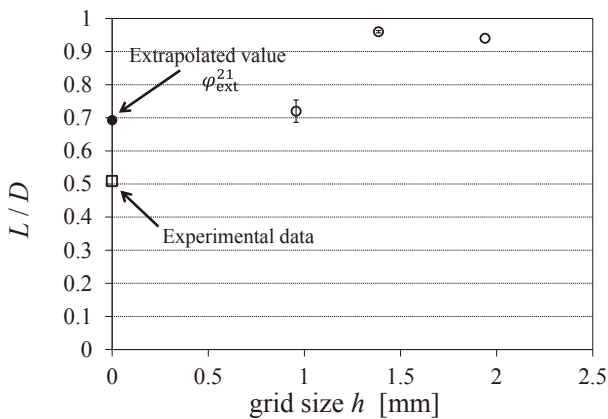


図13 分岐管内の最大侵入深さの計算値のメッシュ収束性

4.3 分岐管内における 主管流体の質量分率分布

数値計算では主管と分岐管の流体を区別できるよう、物性値（密度と粘性係数）は同一だが成分が異なる流体として取り扱った。これにより、分岐管内における主管流体の侵入深さを同定することが可能となる。図14に主管流体の質量分率を示す。赤色が主管流体、青色が分岐管流体を示す。主管と分岐管の流れの境界で波立ちがあり、Kelvin-Helmholtz

不安定による波と考えられる。このように、合流部下流の流体混合の様子ははっきり現れているが、分岐管内の主流の質量分率が低すぎるため、図14のダイナミックレンジでは、分岐管内への主流の侵入は判明しなかった。よって、図15に示すようにカラーバーの上限を0.1%と低くし、0.1%を超える値を赤く表示した。その結果、主管流体侵入が鮮明に示された。赤色の領域は、分岐管内で逆流が生じている箇所まで続いていた。流れの方向から考えると、主管流体は分岐管流体と混合しながら、分岐管内のはく離点付近まで侵入していると考えられる。侵入深さの計算結果は変動しているが、これははく離点位置もまた変動し、時間とともに移動するためである。これらの結果を踏まえると、巻き込み型逆流における侵入深さの変動は壁面温度の変動を引き起こしうるため、場合により熱疲労を生じさせる可能性がある。

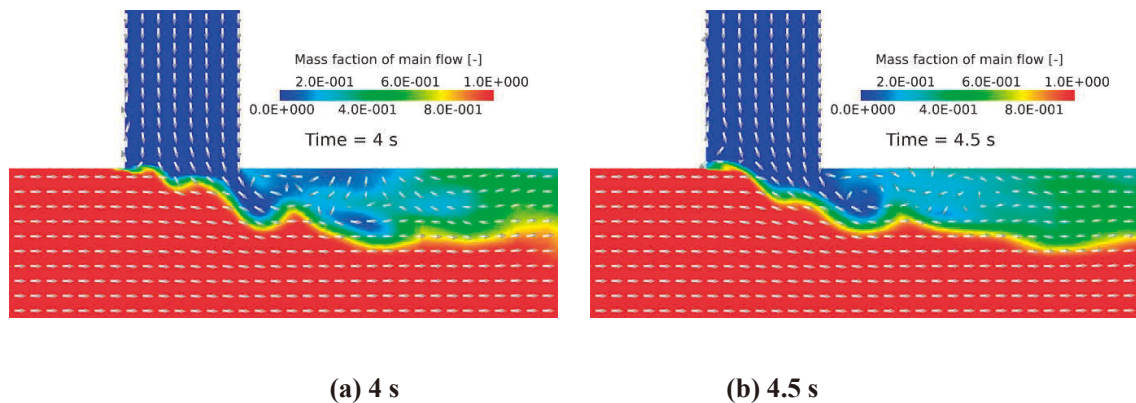


図14 主管流体の質量分率 (矢印は流れ方向を示す.)

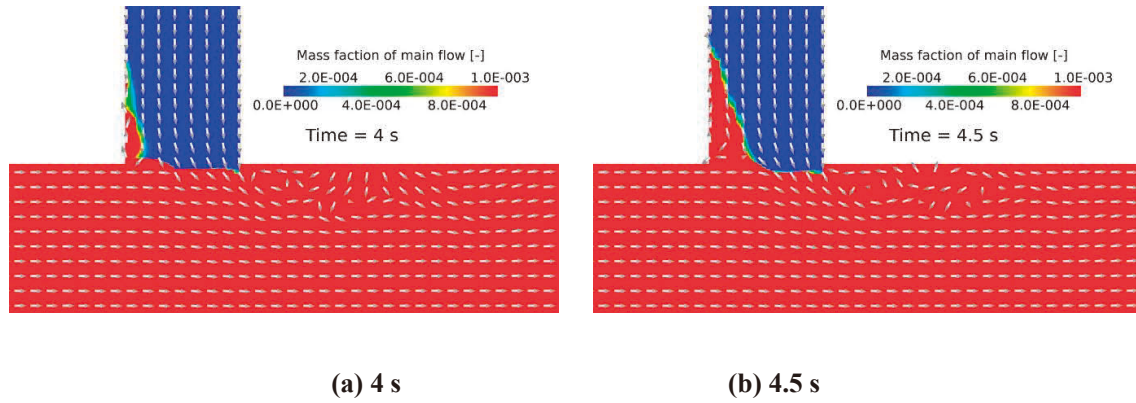


図15 主管流体の質量分率（上限を0.1%に制限，矢印は流れ方向を示す.）

4.4 分岐管内への主管流体侵入深さ

分岐管への最大侵入深さを判定するために，図16に示すようなモニター点を設置した. 分岐管壁面からは1 mm 離れ，深さ方向には $0.1 D_b$ (3 mm) ごとに $1.9 D_b$ まで，各断面で $\pm 30^\circ$ ， $\pm 15^\circ$ ， 0° の5角度で，計100点設置した. 各モニター点で主管流体の質量分率を1タイムステップ (0.2 ms) 毎に記録した.

図17に分岐管内への主管流体の最大侵入深さの円周方向分布を示す. 最大侵入深さは，主管流体の質量分率が0.1%以下に低下する点として定義した. なお，数値計算上にて，流速ベクトルにより判定した最大侵入深さと，主管流体の質量分率により判定した最大侵入深さがほぼ一致することを確認している. 26万メッシュを用いた計算結果では円周方向によらず，主管流体は $1.0 D_b$ 程度まで侵入する結果となった. 一方，実験結果では図7に示すように，およそ $M_R = 30$ で最大侵入深さはピーク値 $0.5 D_b$ であり，計算結果は现阶段では実験結果を過大評価する結果となった. 分岐管内への主管流体侵入深さの再現精度の向上が今後の課題である.

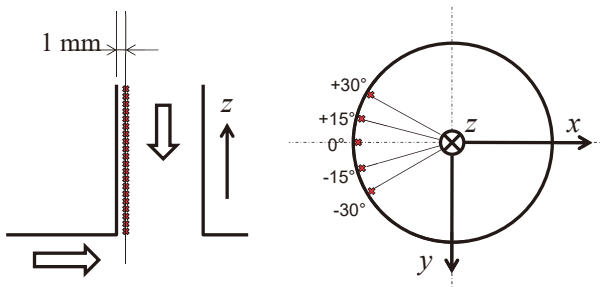


図16 主管流体検知用のモニター点（赤い×印）

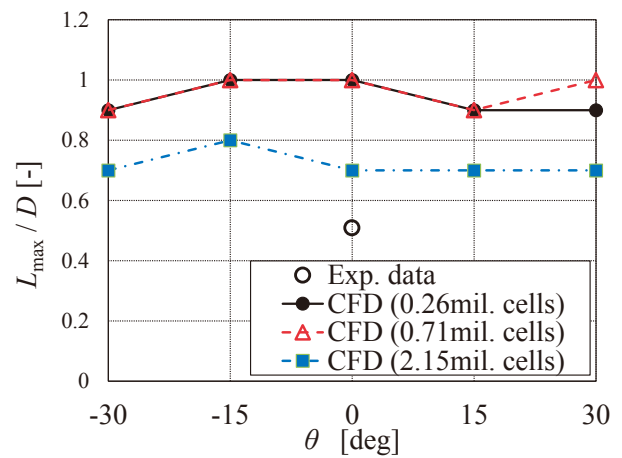


図17 分岐管内への主管流体最大侵入深さの円周方向分布

5. 結論

T字配管合流部における分岐管内への主管流体の侵入について数値流体シミュレーションを行い，侵入深さの再現精度を検討した. これまでの可視化実験では，2つの逆流に関する流動様式（巻き込み型逆流，衝突型逆流）が観察された. ここでは，主管上流側の分岐管壁面の近傍に主管流体が侵入する「巻き込み型逆流」を対象に数値計算を行った.

その結果，巻き込み型逆流の特徴である，主管上流側の分岐管壁面の近傍での逆流が再現された. 時間平均速度は実験データをほぼ再現していたが，壁面近傍で速度を過小評価した. 主管流体の質量分率分布から，侵入深さが時間とともに変動している様子が再現されていた. このことは，巻き込み型逆流により分岐管壁面温度が変動し，最終的には熱疲労に繋がる可能性を示唆している. 最大侵入深さの計算値は，26万メッシュを用いた場合，実験データよりも2倍程度過大評価しており，予測精度向上が今後の課題である.

6. 参考文献

- (1) OECD/NEA, "OECD/NEA-Vattenfall T-junction benchmark specifications," Final version, (2009).
- (2) OECD/NEA, "Report of the OECD/NEA-Vattenfall T-junction benchmark exercise," Report No. NEA/CSNI/R (2011) 5, (2011).
- (3) O. Braillard, R. Howard, K. Angele, A. Shams and N. Edh, "Thermal mixing in a T-junction: Novel CFD-grade measurements of the fluctuating temperature in the solid wall," *Nuclear Engineering and Design*, 330, pp. 377-390 (2018).
- (4) H. Kamide, M. Igarashi, S. Kawashima, N. Kimura and K. Hayashi, "Study on Mixing Behavior in a Tee Piping and Numerical Analyses for Evaluation of Thermal Striping," *Nuclear Engineering and Design*, 239, pp. 58-67 (2009).
- (5) 日本機械学会, 配管の高サイクル熱疲労に関する評価指針, JSME S 017-2003 (2003).
- (6) M. McDevitt, M. Hoehn, T. Childress and R. McGill, "Analysis and Impact of Recent U.S. Thermal Fatigue Operating Experience," Fourth International Conference on Fatigue of Nuclear Reactor Components, Sevilla, Spain, Sep. 28- Oct. 1, Paper No. 27 (2015).
- (7) J.H. Kim, R.M. Roidt and A.F. Deardorff, "Thermal Stratification and Reactor Piping Integrity," *Nuclear Engineering and Design*, 139, pp. 83-95 (1993).
- (8) E. Deutsch, P. Montanari and C. Mallez, "Isothermal Study of the Flow at the Junction between an Auxiliary Line and Primary Circuit of Pressurised Water Reactor," *Journal of Hydraulic Research*, 35 (6), pp. 799-812 (1997).
- (9) R. Zboray and H.-M. Prasser, "On the Relevance of Low Side Flows for Thermal Loads in T-junctions," *Nuclear Engineering and Design*, 241, pp. 2881-2888 (2011).
- (10) J. Kickhofel, V. Valori and H.-M. Prasser, "Turbulent Penetration in T-junction Branch Lines with Leakage Flow," *Nuclear Engineering and Design*, 276, pp. 43-53 (2014).
- (11) K. Miyoshi, A. Nakamura and Y. Utanohara, "An Investigation of Wall Temperature Characteristics to Evaluate Thermal Fatigue at a T-Junction Pipe," *Mechanical Engineering Journal*, 1 (5), pp. tep0050. (2014).
- (12) K. Miyoshi, M. Kamaya, A. Nakamura and Y. Utanohara, "An Investigation of Thermal Stress Characteristics by Wall Temperature Measurements at a Mixing Tee," *Nuclear Engineering and Design*, 298, pp. 109-120 (2016).
- (13) Y. Utanohara, A. Nakamura, K. Miyoshi and N. Kasahara, "Numerical Simulation of Long-Period Fluid Temperature Fluctuation at a Mixing Tee for the Thermal Fatigue Problem," *Nuclear Engineering and Design*, 305, pp. 639-652 (2016).
- (14) Y. Utanohara, K. Miyoshi and A. Nakamura, "Conjugate Numerical Simulation of Wall Temperature Fluctuation at a T-Junction Pipe," *Mechanical Engineering Journal*, 5(3), pp. 18-00044. (2018).
- (15) 三好, 釜谷, プラント配管の熱疲労防止に向けた流動挙動の検討, 日本機械学会2017年度年次大会, 埼玉, 9月, Paper No. J0310201 (2017).
- (16) 三好, 釜谷, T字合流部の熱疲労防止に向けた流動現象の検討, 日本機械学会2017年度年次大会, 大阪, 9月, Paper No. J0320301 (2018).
- (17) D. K. Lilly. "A Proposed Modification of the Germano Subgrid-Scale Closure Model," *Physics of Fluids*. 4. pp. 633-635 (1992).
- (18) ANSYS Inc., ANSYS FLUENT Theory Guide, Release 18.2, Chap. 4.14.3.1, ANSYS, Inc. (2017).
- (19) ASME (American Society of Mechanical Engineers) , "Standard for Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer," ASME V&V 20-2009 (2009).