

# 統計的安全評価における代替統計モデルの適用 (Stan による不確かさ解析のベイズ推定)

Application of surrogate models for statistical safety evaluation  
(Bayesian modeling and inference for uncertainty analysis using Stan)

木下 郁男 (Ikuo Kinoshita)\*<sup>1</sup>

**要約** 加圧水型原子炉の小破断冷却材喪失事故模擬実験を対象とした最適評価コード RELAP5 による統計的安全評価に対して、確率的プログラミング言語 Stan を用いて不確かさ解析のベイズ推定を行った。代替統計モデルによる不確かさ解析に対して、安全評価パラメータのベイズ予測区間を算出し、RELAP5 解析結果と比較した。その結果、予測区間はその信頼度に応じた確率で RELAP5 による解析結果を含むことを確認した。また、ベイズ推定により算出した 95% 値の 95% 累積確率値を順序統計法による評価結果と比較した。順序統計法では、サンプリングケースごとに評価結果が大きく変動し、RELAP5 解析に対して非保守的な評価となる場合がある。一方、ベイズ推定による評価は、その変動は順序統計法よりも小さく、その変動を考慮しても RELAP5 解析結果に対して安全側の評価となることを確認した。以上より、統計的安全評価に代替統計モデルを適用するにあたっては、不確かさ解析のベイズ推定を行うことにより、安全評価パラメータの評価の不確かさをベイズ予測区間として定量的に、順序統計法よりも精度良く評価できると言える。

**キーワード** 統計的安全評価, 代替統計モデル, 不確かさ解析, ベイズ推定

**Abstract** The present paper discusses application of a surrogate model for a best estimate plus uncertainty (BEPU) analysis of a safety evaluation parameter on Bayesian modeling and inference using a probabilistic programming language Stan for the RELAP5 uncertainty analysis of a PWR small break LOCA experiment. The Bayesian prediction intervals for the uncertainty analysis were estimated and compared with the RELAP5 uncertainty analysis. The prediction intervals were verified to include the RELAP5 analysis results with the probability corresponding to the prediction intervals. The 95% values of the cumulative probability for the 95% upper limits of the Bayesian prediction intervals for the uncertainty analysis were calculated and compared with the estimations by the order statistics method. The estimated values by the order statistic method varied widely depending on the sampling cases, which caused the cases of non-conservative evaluations compared with the RELAP5 analysis results with 5% probability. On the other hand, the estimated values by the Bayesian inference showed small fluctuations among the sampling cases, and the values were on the safe side evaluation compared with the RELAP5 analysis results even if the fluctuations were included. Therefore, the recommendation was made that the Bayesian modeling and inference should be used for the BEPU analysis which produced the prediction intervals representing the uncertainty in the evaluation of the safety parameter quantitatively and more accurately than the order statistics method.

**Keywords** Best estimate plus uncertainty (BEPU), Statistical surrogate model, Uncertainty analysis, Bayesian inference

## 1. 緒言

原子力プラントの安全性について十分な精度での議論を行うためには、詳細な核熱水力計算モデルを用いる最適評価コードとその不確かさを評価する統計手法を組み合わせた統計的安全評価手法 (Best Estimate Plus Uncertainty, BEPU)<sup>(1)</sup>が必要である。

原子力プラントのような大規模複雑系を模擬するために、最適評価コードは、階層的二層スケーリング<sup>(2)</sup>等の方法に基づき、システムを階層分解して要素ごとに物理現象をモデル化し、それに対応する検証実験に

基づきモデルの不確かさを定量化する。統計的安全評価手法は、これらの不確かさをモンテカルロ・サンプリングにより統合し、コード全体の不確かさを評価する。本手法の適用により、最適評価結果に対する不確かさが定量的に評価され、過度の保守性を排した信頼性の高い評価結果を得ることができる。統計的安全評価手法は、米国、韓国、スペインなどの国で規制に採用されており、日本でも採用が検討されている。日本では、日本原子力学会標準「統計的安全評価の実施基準」<sup>(3)</sup>が 2008 年に策定され、2021 年に本手法の最新知見を反映した改訂版が発行された。

\*1 (株)原子力安全システム研究所 技術システム研究所

統計的安全評価では、最適評価コードを用いた多数回のモンテカルロ計算により統計的安全評価値を求める。最適解析コードは計算コストが大きいため、これを実施可能な計算時間で行うためには、最適評価コードよりも計算コストの小さな代替統計モデル<sup>(4) (5)</sup>の適用が有効である。代替統計モデルは、解析コードの入力と計算結果との間の関係を近似するモデルである。一般に、パラメータを含んだ形式で定式化され、各パラメータはデータに適合するように定められる。

代替統計モデルは、必ずしも最適評価コードのように現象を忠実に模擬することを目的としているのではなく、評価しようとしている観点からシステムの特徴をとらえてモデルを構築し、システムの予測や最適化に活用することを目的とする。したがって、統計的安全評価に代替統計モデルを適用するにあたっては、統計的安全評価において重要な95%累積確率値（以下95%値とも言う）の計算精度についての検討が必要である。特に、代替統計モデルによる学習データ以外のデータに対する計算精度（汎化性能）の確認が必要である。

2020年の本誌論文<sup>(6)</sup>では、日本原子力研究開発機構のROSA計画大型非定常試験装置(LSTF)における小破断LOCA(冷却材喪失事故)模擬実験<sup>(7) (8)</sup>を対象に、代替統計モデルによる不確かさ解析において、交差検証法を適用することにより95%値の計算精度を推定できることを示した。また、2021年の本誌論文<sup>(9)</sup>では、実機プラントにおける小破断LOCA事象を対象に、代替統計モデルによる不確かさ解析における95%値の計算精度の向上のために、適応的サンプリング法が有効であること、交差検証法を適用することにより95%値の計算精度を推定できることを示した。しかし、95%値の計算精度についての定量的な検討は不十分であった。

本論文では、2020年の本誌論文で実施したROSA/LSTFにおける小破断LOCA模擬実験の不確かさ解析を対象に、不確かさ解析の代替統計モデルに対してベイズ推定<sup>(10) (11)</sup>を適用する。これにより、95%値の計算精度について、ベイズ予測区間を用いて定量的な評価を行う。

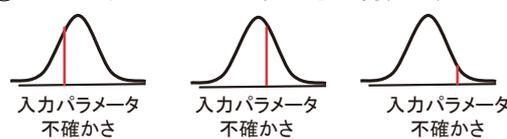
## 2. 統計的安全評価と代替統計モデル

統計的安全評価手法<sup>(1) (3)</sup>では、着目する事象に対し、まず重要度ランク表(PIRT)を作成して安全評価パラメータに及ぼす影響の大きい重要現象を抽出し、次いで、抽出した重要現象に対応する計算モデルや入力データの不確かさを定量化したうえで、これらの不確か

さが安全評価パラメータの解析結果に及ぼす影響を評価する。

図1は、統計的安全評価における不確かさ評価の概要を示す。統計的安全評価は以下の手順で実施する。①最適評価コードの入力パラメータの不確かさを特定し、確率分布として定量化する。②入力パラメータの不確かさ分布からサンプリングを行って最適評価コードによる解析を行い(図中の赤字で示す)、これらの解析結果を集計して出力パラメータの不確かさ分布を求める。③出力パラメータの不確かさ分布から統計的安全

### ①入力パラメータの不確かさの特定と定量化



### ②入力パラメータの不確かさの組合せ 最適評価コードによる解析

### ③解析結果に対する不確かさ評価

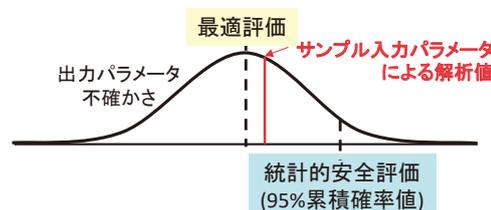


図1 統計的安全評価における不確かさ評価

評価値を求める。通常、統計的安全評価値は95%累積確率値で与えられる。

統計的安全評価においては、95%累積確率値は最適評価コードの直接計算で得られた確率分布から直接評価するのが厳密であるが、これでは計算コストが大きくなる。計算コストを削減するために、代替統計モデルを適用して95%累積確率値の評価が行われている。

図2に、代替統計モデルの概念図を示す。代替統計モデルは、最適評価コードの入力と出力との関係を近似するように少数のサンプル(学習データ)から学習された計算コストの小さいモデルである。米国原子力規制委員会(NRC)がNUREG/CR-5249<sup>(1)</sup>において提唱した、多項式関数で計算結果をフィッティングする方法

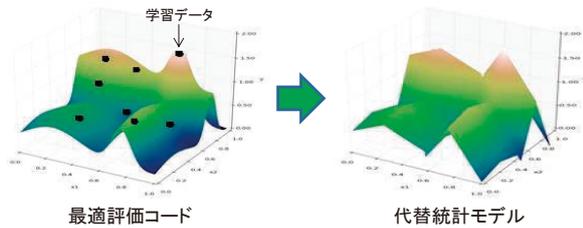


図2 代替統計モデル

も代替統計モデルの一種である。また、近年の機械学習手法の進展により、より高度な機械学習モデルを用いた代替統計モデルの研究も行われている<sup>(12)(13)</sup>。

代替統計モデルを統計的安全評価に適用するにあたっては、学習データ以外のデータに対するモデルの計算精度の確認が必要である。統計学や機械学習では、代替統計モデルが、学習データに対しては適合しているが、未知のデータに対しては適合できていないことを、そのモデルが過学習（または過剰適合）していると言う。一般に、過学習の要因としては、モデルの自由度が大きすぎることで、学習データが少なすぎるものが考えられる。代替統計モデルを単純で自由度を小さいものとするれば過学習を抑制できるが、あまり単純なモデルでは、代替統計モデル自体の精度が悪いものになる可能性がある。一方、学習データを多くすれば過学習を抑制できるが、代替統計モデルの構築のために多くの最適評価コードによる計算が必要となる。統計的安全評価に代替統計モデルを適用するにあたっては、解析対象の複雑度と利用できる学習データ数に応じて適切な代替統計モデルを構築することが必要である。

このように、代替統計モデルは、最適評価コードの計算を近似するモデルであるので、統計的安全評価に代替統計モデルを適用するにあたっては、代替統計モデルによる計算の不確かさを定量的に評価する必要がある。代替統計モデルによる計算の不確かさは、ベイズ統計学<sup>(10)(11)</sup>の方法により定量的に評価できる。ベイズ統計学の方法では、代替統計モデルに使用されるパラメータを確率変数として扱い、不確かさを考慮した予測を行うことができる。

本研究では、統計的安全評価に代替統計モデルを適用するにあたり、代替統計モデルによる計算の不確かさをベイズ推定による予測分布として定量化する。2020年度の本誌論文では、ROSA/LSTFにおける小破断LOCA模擬実験の不確かさ解析に対して、線形2次

回帰等による代替統計モデルを適用した。本論文では、この不確かさ解析を対象にベイズ推定を行い、95%値の評価の不確かさをベイズ予測区間として定量的に評価する。この結果をRELAP5計算と比較して妥当性について検討するとともに、その評価精度を順序統計法による評価と比較する。

### 3. 代替統計モデルによる不確かさ解析

#### 3.1 RELAP5 コードによる不確かさ解析

日本原子力研究開発機構（旧日本原子力研究所）のROSAプロジェクトにおいて、大型非定常実験装置LSTFを用いて、PWRプラントの小破断LOCA時の再冠水過程に関する実験が実施されている。LSTFにおける2次側強制減圧関連試験<sup>(7)(8)</sup>を対象に実施した不確かさ解析<sup>(14)</sup>の概要を以下に示す。

図3に、LSTF装置の概観図を示す。LSTF装置はウェスチングハウス社製4ループPWRプラントを同じ高さ、体積を1/48で模擬し、1次系冷却材配管の小破断によるLOCAや異常な過渡変化を、実炉と同じ圧力、温度、時間経過で模擬することができるよう設計されている。原子炉容器、1次系ループ、ECCS注水系から構成されており、4つのループを2つの等体積（2/48スケール）ループにより模擬している。

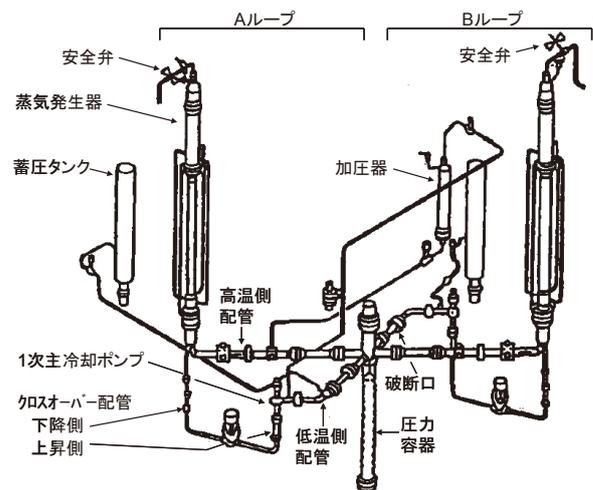
図3 LSTFの概観図<sup>(8)</sup>

表1に解析対象としたSB-CL-32試験の試験条件を示す。破断位置は加圧器非接続ループ低温側配管である。破断サイズは低温側配管断面積の1.0%であり、実機4ループPWRの3インチ破断に相当する。SB-CL-32試

表1 試験条件／解析条件

項目	SB-CL-32
破断サイズ	低温側配管断面積の 1.0%
破断場所	加圧器非接続低温側配管
破断向き	横向き
原子炉トリップ	加圧器圧力低
主給水停止	原子炉トリップと同時
主蒸気隔離	原子炉トリップと同時
SG2 次側強制減圧	破断後 600 秒, 減温率 200K/h (全ループ)
補助給水	強制減圧開始と同時 (全ループ)
高圧注入	不作動
蓄圧注入	作動 (全ループ)
低圧注入	作動前に試験終了

験は、高圧注入系の機能喪失を仮定している。蒸気発生器の逃し弁の開放による 1 次系の減圧は、破断後 600 秒に全ループで減温率 200 K/h で行い、同時に全ループ

で補助給水を行っている。蓄圧注入は全ループで作動する条件である。

本実験を対象に、RELAP5/MOD3.2 コード<sup>(15)</sup>を用いて、安全評価パラメータを燃料被覆管最高温度 (PCT) とした不確かさ解析を実施した。

不確かさ解析は、日本原子力学会標準<sup>(3)</sup>に則って実施した。まず、本実験が対象とする事故時の熱水力挙動を 1 次系のコンポーネントごとに詳細に分析し、PCT を安全評価パラメータとした重要度ランク表 (PIRT) を作成して、不確かさを考慮すべき重要現象を抽出した<sup>(16)(17)</sup>。次いで、抽出した重要現象に対応する RELAP5 コードの計算モデルを特定し、各計算モデルに対して、関連する実験データとの比較を行って不確かさを定量化した<sup>(18)-(24)</sup>。表 2 に、抽出した重要現象と、対応する計算モデルに対して定量化した不確かさ分布を示す。

以上より、各計算モデルのパラメータの不確かさを変化させた統計解析を実施した。入力パラメータのサンプリングはランダム・サンプリング法により行い、全 1024 ケースの解析を実施して PCT の分布を求めた。図 4 に、全 1024 ケースに対する PCT のヒストグラムを示す。

表2 抽出した重要現象と入力パラメータの不確かさ

重要現象	RELAP5 モデル	不確かさパラメータ	最小	最大	ヒストグラム
露出炉心熱伝達 <sup>(18)</sup>	Dittus-Boelter 相関式	熱伝達係数乗数	0.58	1.88	
炉心内相間摩擦 <sup>(19)(20)</sup>	EPRI 相関式	相間摩擦係数乗数	0.13	3.00	
伝熱管凝縮熱伝達 (層流) <sup>(21)</sup>	Nusselt 相関式	熱伝達係数乗数	0.56	1.44	
伝熱管凝縮熱伝達 (乱流) <sup>(21)</sup>	Shah 相関式	熱伝達係数乗数	0.64	1.66	
伝熱管入口 CCFL <sup>(22)</sup>	CCFL 相関式	CCFL 定数	0.70	0.80	一様分布
低温側配管水平層状化 <sup>(23)</sup>	Taitel-Dukler 式	水平層状化判定乗数	0.20	4.63	
ダウンコマ相間摩擦 <sup>(24)</sup>	Kataoka-Ishii 相関式	相間摩擦係数乗数	0.58	1.60	

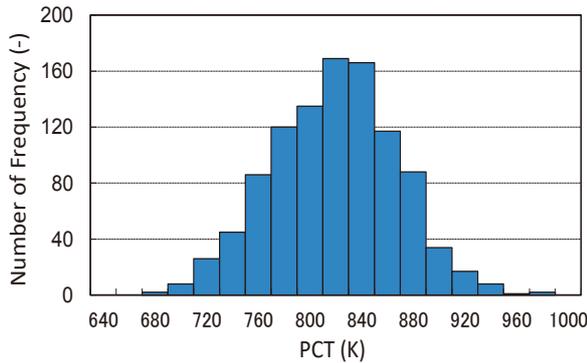


図4 PCTのヒストグラム<sup>(14)</sup>

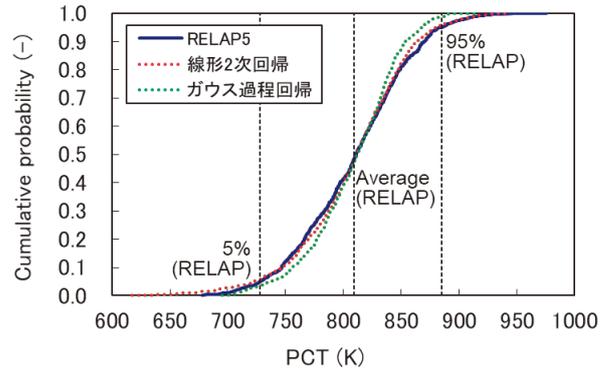


図5 PCTの累積確率分布<sup>(6)</sup>

### 3.2 代替統計モデルの適用

3.1節のRELAP5による不確かさ解析を対象に行った代替統計モデルの適用<sup>(6)</sup>についての概要を以下に示す。

RELAP5による不確かさ解析(1024サンプル)から、無作為に59サンプル抽出し、これを学習データとして入力パラメータとPCTとの関係を近似する代替統計モデルを構築した。学習モデルには、線形2次回帰(交互作用項あり)、ガウス過程回帰(指数カーネル)を用いた。これらの代替統計モデルを用いてRELAP5解析と同じ乱数により統計解析を行い、PCTの不確かさをRELAP5解析と比較した。

図5に、全データ(1024サンプル)に対して代替統計モデルで計算したPCTの累積確率分布を示す。線形2次回帰がRELAP5計算と良い一致を示した。ガウス過程回帰は、学習データをよく再現したものの、全データに対しては95%値を過小評価した。ガウス過程回帰は学習データに対し過学習をしていると評価される。

図6に、無作為に抽出した100ケースのデータセットに対して、PCTの95%値を代替統計モデル(線形2次回帰)と順序統計法で評価した結果を比較して示す。赤実線はRELAP5不確かさ解析(1024サンプル)の95%累積確率値、青破線はRELAP5不確かさ解析の平均値を示している。

順序統計法は、統計理論から所定の確信度を有する評価を得るために必要なサンプル数(解析ケース数)を定めて不確かさを評価する方法である。必要なサンプル数はWilksの式で<sup>(25)(26)</sup>与えられる。これによると、安全評価パラメータのサンプルを大きい順に並べた場合、95%信頼水準で95%累積確率値が上位1位、2位、3位、4位に位置するために必要なサンプル数は、それぞれ59サンプル、93サンプル、124サンプル、153サンプルである。

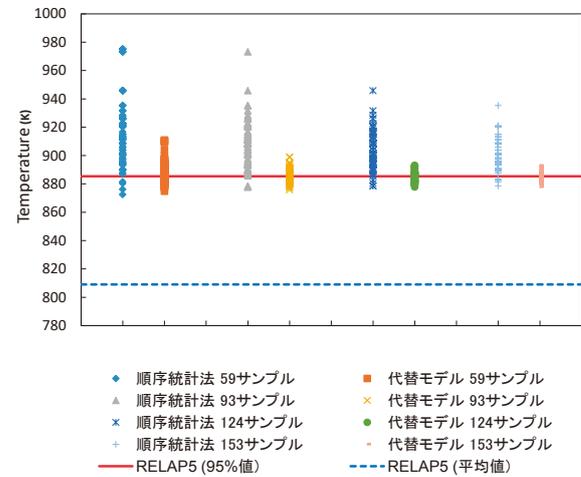


図6 95%値の順序統計法との比較(100ケース)<sup>(6)</sup>

図6から分かるように、順序統計法による95%値の評価はサンプリングケースごとのバラツキが大きい。特に、サンプル数が少ない場合には、RELAP5不確かさ解析の平均値との差異以上に、95%値を高めに評価する場合がある。また、順序統計法による95%の評価は95%信頼水準の評価であることから、統計的に5%の割合でRELAP5計算値よりも低くなるケースが生じる。一方、代替統計モデルによる95%値の評価は、順序統計法よりもサンプリングケースごとのバラツキが小さく、サンプリングケースに涉って平均した値は、RELAP5不確かさ解析とほぼ一致する結果が得られた。ただし、代替統計モデルによる95%値の評価は、約50%の割合でRELAP5計算値よりも低くなるケースがある。これについて、2020年の本誌論文<sup>(6)</sup>では、交差検証法によって95%値の評価の誤差を推定できることを数値計算により確認した。しかし、95%値の評価の誤差の定量的な検討は不十分であった。本研究では、不確かさ解析のバイズ推定を行い、95%値の評価の定量的な検討を行う。

## 4. 不確かさ解析のベイズ推定

### 4.1 ベイズ推定の適用

本節では、3節で説明した不確かさ解析を対象に、確率的プログラミング言語 Stan<sup>(27)</sup>を用いて、不確かさ解析のベイズ推定を行う。

ベイズ統計学の方法では、代替統計モデルに使用されるパラメータを確率変数として扱い、不確かさを考慮した予測を行う。一般に、代替統計モデルは特定のパラメータ  $\theta$  からどのようにしてデータ  $Y$  が発生するかを表現する確率分布  $p(Y|\theta)$  としてモデル化される。ベイズ推定は、データ  $Y$  に基づきパラメータ  $\theta$  の確率分布  $p(\theta|Y)$  を推定する手続きであり、以下のベイズの定理に基づいて計算される。

$$p(\theta|Y) = \frac{p(Y|\theta)p(\theta)}{p(Y)}$$

ここで  $p(\theta)$  を事前分布、 $p(\theta|Y)$  を事後分布という。また、データ  $Y$  が与えられたときの、新たなデータ  $y^*$  が従う確率分布は、 $p(y^*|\theta)$  を  $p(\theta|Y)$  で重みづけした積分として、次式で計算される。

$$p(y^*|Y) = \int p(y^*|\theta)p(\theta|Y)d\theta$$

この  $p(y^*|Y)$  を予測分布という。

ここで、事後分布  $p(\theta|Y)$  は一般に解析的に求めることができないため、 $p(\theta|Y)$  を定常分布に持つような乱数を発生させて数值的に計算することが行われる。具体的には、マルコフ連鎖を活用して  $p(Y|\theta)$   $p(\theta)$  に従う乱数を生成する種々のアルゴリズムが開発されており、これらの手法を総称してマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC 法) という。MCMC 法の代表的なものとして、ギブスサンプリングやハミルトニアン・モンテカルロ法などがある。Stan はハミルトニアン・モンテカルロ法の実装の一つである No-U-Turn Sampler (NUTS) を使用している。

本研究では、3節の不確かさ解析を対象に、Stan によるモデル化を行った。2020 年の本誌論文<sup>(4)</sup>と同様に、回帰モデルとして7変数2次多項式を用いた線形回帰、および入力7次元、出力1次元のガウス過程回帰を適用し、これらを Stan によりモデル化した。さらに、2021 年の本誌論文<sup>(6)</sup>と同様に、2次多項式による線形回帰と、それと RELAP5 計算との誤差を評価するガウス過程回帰との和で表される回帰モデルについても Stan によりモデル化した。

学習データは、3節で説明した不確かさ解析と同様のデータとし、サンプルサイズは 59 と 93 とした。テストデー

タは、RELAP5 計算による 1024 のデータセットの中から学習データとは別に無作為に選んだ 500 サンプルとした。

Stan による MCMC の実行は以下のように行った<sup>(28)(29)</sup>。統計モデルの各パラメータの事前分布は、無情報事前分布 (一様分布) で与えた。MCMC サンプリングの繰り返し数およびバーンイン期間は、2000 および 500、または 2500 および 1000 とし、マルコフ連鎖の数を 3 に指定した。MCMC の実行後には収束の判定指標である  $\hat{R}$  が 1.1 以下となることを確認した。

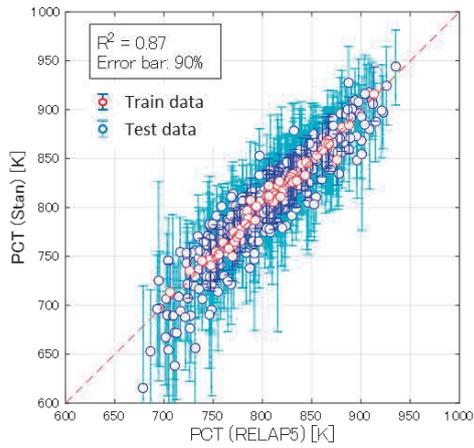
### 4.2 ベイズ予測区間の算出

図 7~12 および表 3 に、Stan による PCT のベイズ推定の結果を示す。

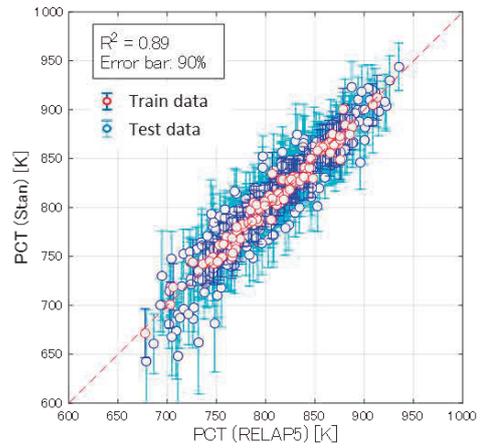
図 7, 図 8, 図 9 に、それぞれ線形 2 次回帰、ガウス過程回帰、線形 2 次回帰+誤差のガウス過程回帰による PCT の 90%ベイズ予測区間を示す。横軸は RELAP5 による PCT の計算値、縦軸は Stan による PCT の 90%ベイズ予測区間である。丸印は PCT の平均値であり、赤丸および青丸は、それぞれ学習データおよびテストデータに対する平均値を示す。青線および水色線は、それぞれ学習データおよびテストデータに対するベイズ予測区間を示す。学習データの方がテストデータよりも PCT の予測精度がよく、ベイズ予測区間も小さくなっている。

PCT の予測精度は、いずれの回帰モデルも、学習データ数 59 よりも学習データ数 93 の予測精度が向上している。PCT のベイズ予測区間は、学習データ数 59 の線形 2 次回帰が他の回帰モデルよりも大きい。線形 2 次回帰+誤差のガウス過程回帰は、学習データ数 59 に対して、PCT の予測精度は線形 2 次回帰と同程度であり、PCT のベイズ予測区間はガウス過程回帰と同程度となっている。これより、本回帰モデルの有効性が示されている。

表 3 には、テストデータ (500 点) に対して RELAP5 による計算結果が 90%ベイズ予測区間に含まれる割合を示している。学習データ数 59 の線形 2 次回帰では約 95% となっているものの、他の回帰モデルは約 90%となっている。したがって、代替統計モデルによる PCT の評価における不確かさは、ベイズ予測区間によって定量的に評価できると言える。

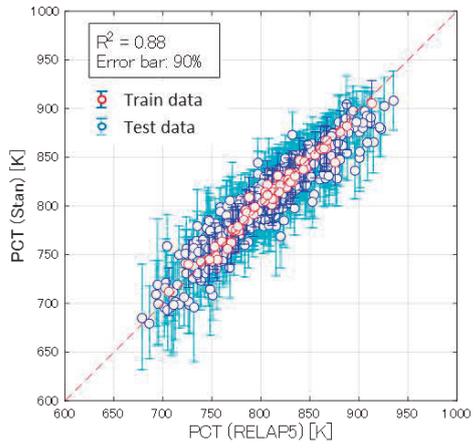


(a) 学習データ数 59

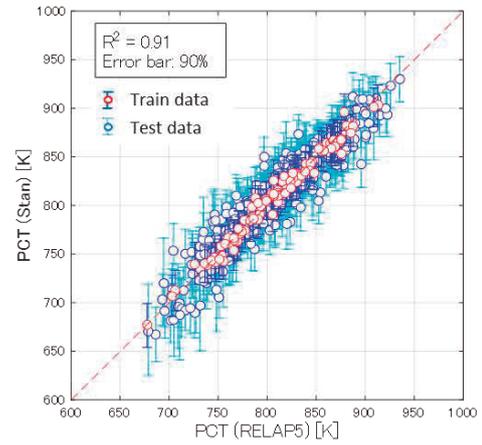


(b) 学習データ数 93

図7 線形2次回帰 ベイズ予測区間

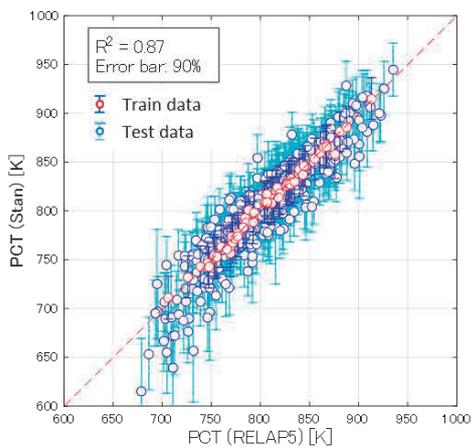


(a) 学習データ数 59

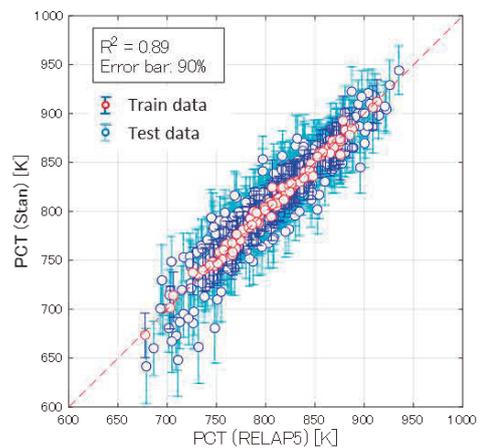


(b) 学習データ数 93

図8 ガウス過程回帰 ベイズ予測区間



(a) 学習データ数 59



(b) 学習データ数 93

図9 線形2次回帰+誤差のガウス過程回帰 ベイズ予測区間

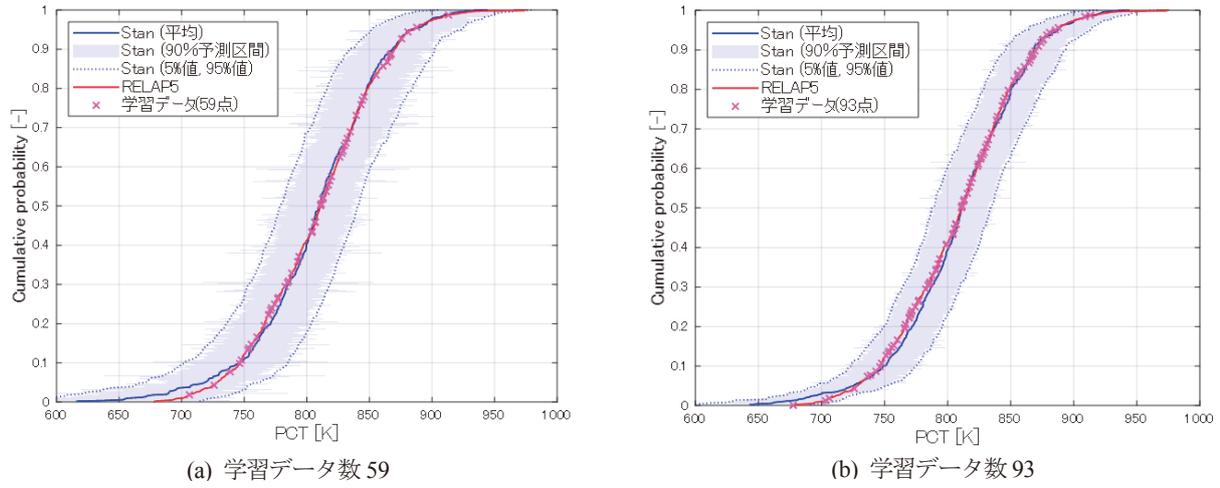


図 10 線形 2 次回帰 累積確率分布

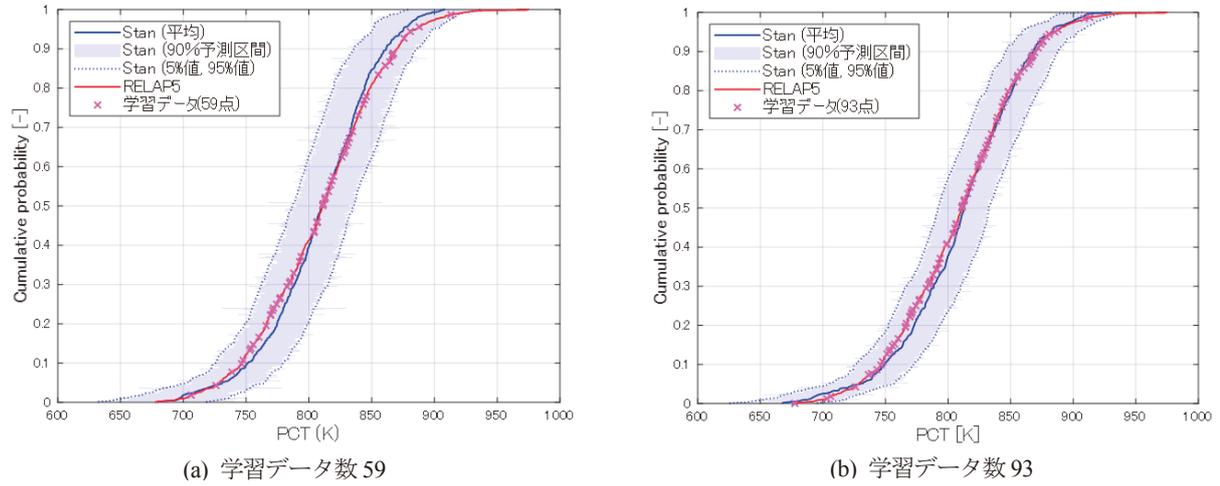


図 11 ガウス過程回帰 累積確率分布

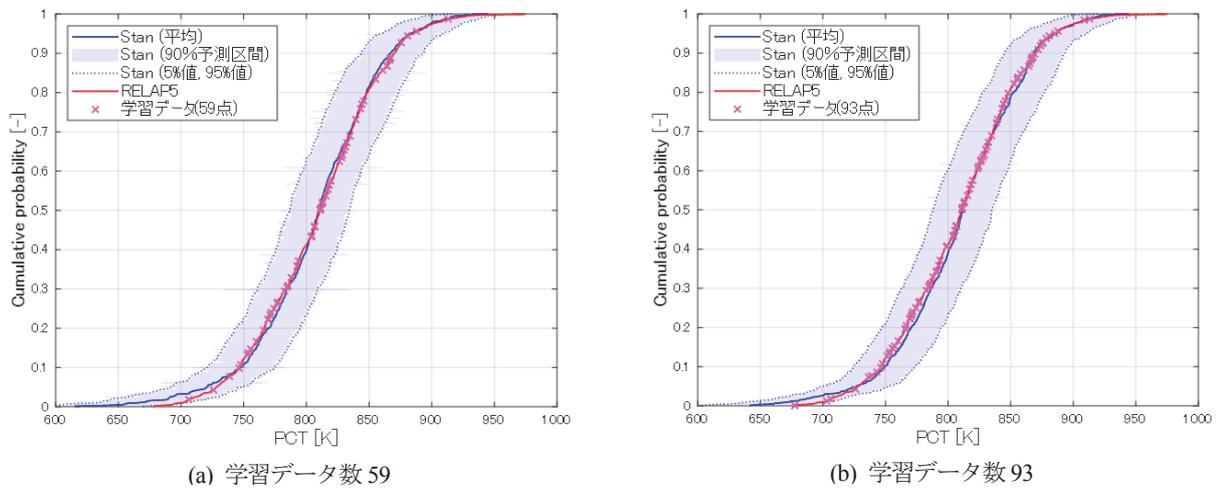


図 12 線形 2 次回帰+誤差のガウス過程回帰 累積確率分布

表3 Stan による PCT のベイズ推定

回帰モデル	線形 2 次回帰		ガウス過程回帰		線形 2 次回帰+ 誤差のガウス過程回帰	
	59	93	59	93	59	93
学習データ数	59	93	59	93	59	93
決定係数 $R^2$	0.87	0.89	0.88	0.91	0.87	0.89
90%区間に含まれる割合 [%]	95.0	88.0	89.8	87.4	87.3	88.5
95%累積確率値 [K]	884.3	887.5	875.2	883.2	883.2	886.9
95%/95%値 [K]	923.6	913.3	898.6	903.3	908.9	911.2

図 10, 図 11, 図 12 に, それぞれ線形 2 次回帰, ガウス過程回帰, 線形 2 次回帰+誤差のガウス過程回帰による PCT の累積確率分布を示す. 図には, 90%ベイズ予測区間を合わせて示している. 赤線は, 全 1024 データに対する RELAP5 計算値の累積確率分布であり, 学習データを $\times$ 印で示している. また, 破線は, 各データのベイズ推定による 5%点および 95%点についての累積確率分布を示している.

図 10~図 12 からわかるように, 90%ベイズ予測区間は, データ点ごとの変動が大きい. そこで本研究では, 各データのベイズ推定による 95%点に関する 95%累積確率値を求めて, これを 95%/95%値として不確かさ解析の指標とした.

線形 2 次回帰による PCT の累積確率分布は, 2020 年の論文と同様に, RELAP5 計算による PCT の累積確率分布とよく一致し, 95%累積確率値も RELAP5 計算値(888.4K)とよく一致する結果が得られた. しかし, 学習データ数 59 の場合, 90%ベイズ予測区間が大きい評価となり, 95%/95%値はその分大きな評価となった.

ガウス過程回帰による PCT の累積確率分布は, 学習データ数 59 の場合, RELAP5 計算の累積確率分布と比較して, PCT 高温領域で過大評価, PCT 低温領域で過小評価の傾向となった. これは, 3.2 節の結果(2020 年の本誌論文)と同様の結果である. このため, ガウス過程回帰による PCT の 95%値は RELAP5 計算値よりも約 13.2K の過小評価となった. したがって, 95%/95%値の評価も同程度の過小評価となる.

線形 2 次回帰+誤差のガウス過程回帰による PCT の累積確率分布は, 線形 2 次回帰とほぼ同じであり, PCT の 95%値も RELAP5 計算値とよく一致する結果が得られた. また, 学習データ数 59 の場合, 線形 2 次回帰と比較して 90%ベイズ予測区間が小さいため, 95%/95%値の評価は線形 2 次回帰よりも約 14.7K 低い結果が得られた. これより, 本研究の解析対象に対しては, 不確かさ解析の代替統計モデルとして線形 2 次回帰+誤差のガウス過程回帰を使用することが適切であると言える.

学習データ数 93 の場合は, ベイズ推定の結果は, どの回帰モデルに対してもほぼ同様な結果が得られた.

### 4.3 順序統計法との比較

順序統計法は, 統計理論から所定の確信度を有する評価を得るために必要なサンプル数(解析ケース数)を定めて不確かさを評価する方法である. 安全評価パラメータのサンプルを大きい順に並べた場合, 95%信頼水準で 95%累積確率値が上位 1 位, 2 位に位置するために必要なサンプル数は, それぞれ 59 サンプル, 93 サンプルである.

本節では, 4.2 節で検討した代替統計モデルによる 95%/95%値の評価を順序統計法による 95%/95%値(95%信頼水準/95%累積確率値)の評価と比較した. 具体的には, RELAP5 による不確かさ解析(1024 サンプル)から, 59 サンプル, 93 サンプルのデータセットを無作為にそれぞれ 100 ケースずつ抽出し, 各々のケースに対して, 順序統計法により PCT の 95%信頼水準/95%累積確率値を求めた. また, 各々のケースに対して, これを学習データとして Stan により不確かさ解析のベイズ推定を行い, 95%/95%値を算出した. 代替統計モデルとしては, 4.2 節で不確かさ解析の計算精度を確認した線形 2 次回帰+誤差のガウス過程回帰を使用した.

表 4 に, 無作為に抽出した 100 ケースのデータセットに対して, PCT の 95%/95%値を代替統計モデル(ベイズ推定)と順序統計法で評価した結果を示す. 代替統計モデルについては, 95%値の評価結果も併せて示している. 図 13 に, 100 ケースの解析結果を要約した箱ひげ図を示す. これには RELAP5 計算による 95%値も併せて示している.

ベイズ推定による 95%値の 100 ケースの平均値は, 学習サンプル数 59 で 890.1 K, 学習サンプル数 93 で 887.2 K あり, RELAP5 計算による 95%値(888.4K)とよく一致する結果が得られた.

順序統計法による 95%/95%値はサンプルケースごとの変動が大きい。また、RELAP5 計算の 95%値よりも小さくなるケースがある（統計的に 5%の割合で生じる）。一方、代替統計モデル（ベイズ推定）による 95%/95%値は、平均値は順序統計法による評価と同程度であるが、その変動は順序統計法よりも小さい。また、最小値は RELAP5 計算の 95%値よりも大きい。したがって、代替統計モデルによる 95%/95%値は、RELAP5 計算の 95%値を安全側に評価することが確認できた。

以上のように、統計的安全評価に代替統計モデルを適用するにあたっては、安全評価パラメータの 95%累積確率値の評価における不確かさは、ベイズ推定によって定量的な評価が可能である。具体的には、ベイズ推定による 95%/95%値を用いることにより、その統計的変動は順序統計法による評価の変動よりも小さく、またその変動を考慮しても RELAP5 計算の 95%値よりも安全側の評価を得ることができる。

表4 Stan による PCT のベイズ推定 (100 ケースの集計)

学習データ数	59 サンプル (100 ケース)			93 サンプル (100 ケース)		
	代替統計モデル		順序統計法	代替統計モデル		順序統計法
統計量	95%値	95%/95%値	95%/95%値	95%値	95%/95%値	95%/95%値
平均値 [K]	890.3	915.6	917.0	887.4	913.3	910.6
標準偏差 [K]	6.0	7.8	22.8	4.5	5.5	13.8
最大値 [K]	909.4	937.0	975.1	900.0	926.1	945.8
最小値 [K]	871.7	894.9	873.1	877.6	897.3	873.1

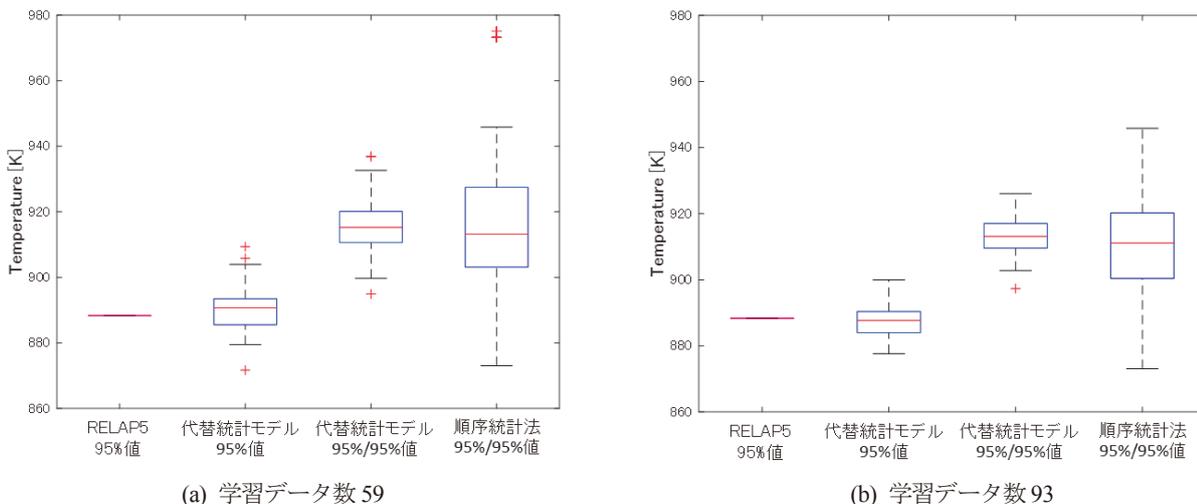


図 13 95%/95%値の分布 (100 ケースの集計)

### 5. 結言

統計的安全評価では、安全解析コードを用いた多数回のモンテカルロ計算により統計的安全評価値を求める。これを実施可能な計算時間で行うためには、安全解析コードよりも計算コストの小さな代替統計モデルの適用が有効である。

本論文では、最適評価コード RELAP5 による小破断 LOCA 模擬実験に対する統計的安全評価を対象に、確率的

プログラミング言語 Stan を用いて代替統計モデルによる不確かさ解析のベイズ推定を行い、安全評価パラメータ (PCT) の評価の不確かさを、RELAP5 による解析結果と比較検討した。

ベイズ推定により算出した不確かさ解析の予測区間を RELAP5 解析結果と比較した。その結果、予測区間はその信頼度に応じた確率で RELAP5 による解析結果を含むことを確認した。

また、ベイズ推定により算出した95%値の95%累積確率値を順序統計法による評価結果と比較した。順序統計法では、サンプリングケースごとに評価結果が大きく変動し、RELAP5 解析に対して非保守的な評価を与える場合がある。一方、ベイズ推定による評価は、その変動は順序統計法よりも小さく、その変動を考慮してもRELAP5 解析に対して安全側の評価を与えることを確認した。

以上より、統計的安全評価に代替統計モデルを適用するにあたっては、不確かさ解析のベイズ推定を行うことにより、安全評価パラメータの評価の不確かさをベイズ推定による予測区間として、順序統計法よりも精度良く定量的に評価できると言える。

## 参考文献

- (1) B. Boyack, R. Duffey, G. Wilson, P. Griffith, G. Lellouche, S. Levy, U. Rohatgi, W. Wulff, N. Zuber, "Quantifying reactor safety margins: application of code scaling, applicability, and uncertainty (CSAU) evaluation methodology to a large break, loss-of-coolant accident," NUREG/CR-5249 (1989).
- (2) N. Zuber, "An integrated structure and scaling methodology for severe accident technical issue resolution, Appendix-D: A hierarchical, two-tiered scaling analysis," NUREG/CR-5809 (1991).
- (3) 日本原子力学会, "統計的安全評価の実施基準:2021", AESJ-SC-S001:2021 (2021).
- (4) A.C. Davison, "Statistical Models," Cambridge University Press (2008).
- (5) M. Drton, S. Sullivant, "Algebraic statistical models", *Statistica Sinica*, Vol.17, pp.1273-1297 (2007)
- (6) 木下郁男, "統計的安全評価における代替統計モデルの適用 (不確かさ解析への適用性に関する検討)", INSS JOURNAL, Vol.27, pp.219-230 (2020).
- (7) H. Asaka, I. Ohtsu, Y. Anoda, Y. Kukita, A. Ohnuki, "Core liquid level responses due to secondary-side depressurization during PWR small break LOCA," *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 35, No. 2, pp.113-119 (1998).
- (8) H. Asaka, Y. Anoda, Y. Kukita, I. Ohtsu, "Secondary-side depressurization during PWR cold-leg small break LOCAs based on ROSA-V/LSTF experiments and analyses," *Journal of Nuclear Science and Technology*, Vol. 35, No. 12, pp.905-915 (1998).
- (9) 木下郁男, "統計的安全評価における代替統計モデルの適用 (実機条件の不確かさ解析に対する適用性の検討)", INSS JOURNAL, Vol.28, pp.151-162 (2021).
- (10) A. Gelman, J.B. Carlin, H.S. Stern, D.B. Dunson, A. Vehtari, D.B. Rubin, "Bayesian Data Analysis, Third edition," Chapman and Hall/CRC (2013).
- (11) 久保拓弥, "データ解析のための統計モデリング入門", 岩波書店 (2012).
- (12) D. Mandelli, C. Smith, A. Alfonsi, C. Rabiti, J. Cogliati, H. Zhao, I. Rinaldi, D. Maljovec, P. Talbot, B. Wang, V. Pascucci, "Reduced order model implementation in the risk-informed safety margin characterization toolkit," INL/EXT-15-36649, Idaho National Laboratory (2015).
- (13) A. Alfonsi, C. Wang, J. Cogliati, D. Mandelli, C. Rabiti, "Status of Adaptive Surrogates within the RAVEN framework," INL/EXT-17-43438, Idaho National Laboratory (2017).
- (14) I. Kinoshita et al., "RELAP5 Code Analysis of LSTF small break LOCA tests with steam generator intentional depressurization and its uncertainty quantification by Monte Carlo method and Wilks formula approach," Proceedings of the ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress & Exposition (IMECE2016), IMECE2016-66638, Phenix, Arizona, November 11-17 (2016).
- (15) The RELAP5 code development team, "RELAP5/MOD3 code manual", NUREG/CR-5535 (1995).
- (16) 山田実, 南雲宏一, 木下郁男, 村瀬道雄, 吉田至孝, 川崎郁夫, "小破断 LOCA 時高圧注入系不動作事象の PIRT 作成および重要現象の感度解析", INSS JOURNAL, Vol.18, pp.294-309 (2011).
- (17) M.J. Griffiths, J.P. Schlegel, T. Hibiki, M. Ishii, I. Kinoshita, Y. Yoshida, "Phenomena identification and ranking table for thermal-hydraulic phenomena during a small-break LOCA with loss of high pressure injection," *Progress in Nuclear Energy*, Vol. 73, pp.51-63 (2014).
- (18) T. Torige, I. Kinoshita, "Application of the statistical safety evaluation method to the small break LOCA with high pressure injection failure (Quantification of the uncertainty of uncovered core heat transfer model)," Proceedings of the ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress & Exposition (IMECE2013), IMECE2013-64305, San Diego, CA, November 13-21 (2013).

- (19) 木下郁男, 鳥毛俊秀, 山田実, "炉心内相間摩擦にかかる RELAP5 モデルの不確かさの定量化", INSS JOURNAL, Vol.24, pp.201-210 (2017).
- (20) I. Kinoshita, T. Torige, M. Yamada, "Uncertainty quantification of the RELAP5 interfacial friction model in the rod bundle geometry," Journal of Nuclear Engineering and Radiation Science, Vol.2, No.2, 021003 (2016)
- (21) 鳥毛俊秀, 木下郁男, 山田実, "小破断 LOCA 時高圧注入系不作動事象への統計的手法適用 ～被覆管酸化, 崩壊熱, 被覆管変形および伝熱管凝縮に係る RELAP5 モデルの不確かさの定量化", INSS JOURNAL, Vol.21, pp.213-222 (2014).
- (22) 楠木貴世志, 村瀬道雄, 富山明男, "蒸気発生器に伝熱管下端における気液対向流制限に関する研究のレビュー", INSS JOURNAL, Vol.24, pp.211-220 (2017).
- (23) 鳥毛俊秀, 木下郁男, 山田実, "小破断 LOCA 時高圧注入系不作動事象への統計的手法の適用 ; (9) 重要現象に係るモデル不確かさの定量化 (伝熱管凝縮熱伝達, 低温側配管水平層状化) ", 日本原子力学会 2014 春の大会, L24 (2014).
- (24) C. Clark, J.P. Schlegel, T. Hibiki, M. Ishii, I. Kinoshita, "Uncertainty in RELAP5/MOD3.2 calculations for interfacial drag in downward two-phase flow," Annals of Nuclear Energy, Vol. 94, pp.230-240 (2016).
- (25) S.S. Wilks, "Statistical Prediction with Special Reference to the Problem of Tolerance Limit," Annals of Mathematical Statistics, 13, pp.400-409 (1942).
- (26) A. Guba, M. Makai, P. Lenard, "Statistical Aspects of Best Estimate Method-I," Reliability Engineering and System Safety, 80, 217-232 (2003).
- (27) Stan Development Team, "Stan Modeling Language Users Guide and Reference Manual," Ver. 2.29, <https://mc-stan.org>, (2022).
- (28) 松浦健太郎, "Stan と R でベイズ統計モデリング", 共立出版 (2016).
- (29) 馬場真哉, "R と Stan ではじめるベイズ統計モデリングによるデータ分析入門", 講談社 (2019).