

熱疲労における亀甲状亀裂の発生要因と強度に及ぼす影響 *1

Causes of Evolution and Influence on Failure Strength of Thermal Crazing

釜谷 昌幸 (Masayuki Kamaya) *2

要約 亀甲状亀裂は熱疲労荷重下で見られる典型的な亀裂形態であるが、その発生プロセスは十分には理解されていない。そして、亀甲状亀裂は深さ方向に深く成長しないことが指摘されている。本研究では、3次元有限要素解析を用いて亀甲状亀裂の発生過程をモンテカルロシミュレーションで再現した。亀裂間の力学的相互作用の亀裂発生および進展に及ぼす影響を模擬するため、Abaqus の X-FEM 機能を利用して亀裂をモデル化した。その結果、亀甲状亀裂は深さ方向の進展が停滞している場合にのみ出現することが明らかになった。つまり、亀裂が同じ深さで長期間停滞している間に多数の亀裂が発生し、亀甲状亀裂となることができた。次に、亀甲状亀裂が配管の破壊強度に及ぼす影響を調べるために、引張、曲げ、または内圧荷重を受ける管の極限荷重を調べた。シミュレーションで再現された亀裂が配管内面に存在すると仮定した。亀甲状亀裂を等価な単一亀裂に置き換えた場合の極限荷重も算出し、亀甲状亀裂の強度算出手順を検討した。日本機械学会の維持規格で規定されている亀裂の合体ルールに従い単一亀裂に置き換えた場合は精度のよい予測となったが、必ずしも保守的な予測とはならなかった。一方、亀裂分布範囲の最大長さに相当する単一亀裂に置き換えることで保守的な極限荷重が予測できた。

キーワード 亀甲状亀裂, 熱疲労亀裂, 熱応力, 亀裂停滞, 極限荷重, 合体基準

Abstract Craze cracking is a typical cracking morphology caused by thermal fatigue loading; however, the reason for its cause by thermal fatigue loading is not fully understood. It is known that craze cracks do not grow deeply. In this study, evolution of craze cracking was simulated by Monte Carlo simulations using three-dimensional finite element analyses. Cracks were modeled using the X-FEM technique in Abaqus in order to consider the interaction between multiple cracks on the crack initiation and growth. Craze cracking was observed only when the growth in the depth direction was arrested. Since cracks kept the same depth for a long duration, many cracks could be initiated and craze cracking occurred due to the equi-biaxial stress state. Next, to investigate the change in failure load due to craze cracking, the limit load of a straight pipe subjected to a tensile, bending or internal pressure loading was analyzed. The simulated craze cracking was assumed to be located inside the pipe. It was revealed that the change in the limit loads due to craze cracking could be predicted well by replacing the craze cracking with an equivalent single crack. Although the replacement rule prescribed in the fitness-for-service code of the Japan Society of Mechanical Engineers predict reasonable limit loads, it did not result in conservative prediction. Conservative limit load could be predicted by setting the equivalent crack length to be the maximum extend of distributed cracks.

Keywords crack network, thermal crazing, thermal stress, crack arrest, limit load, combination rule

1. 緒言

温度差を有する流体の配管合流部など、比較的速い周期で変動する熱荷重に起因する疲労（以下、熱疲労）において亀甲状亀裂がしばしば観察されている⁽¹⁾。実験においても、加熱した試験片の表面を繰り返し急冷したり^(2,5)、温度の異なる流体を交互に噴霧したりすることで⁽⁶⁾、多数の亀裂がランダムな方向に分布する亀甲状亀裂が再現されている。しかし、亀甲状亀裂の発生を計算機上で模擬することは困難で、その発生要因が明らかにされているとは

言えない。亀甲状亀裂の特徴として、深さ方向の亀裂進展が停滞していることが指摘されている⁽¹⁾。フランスの原子力発電所で発見された亀甲状亀裂は、ほぼ2 mmの深さで停滞していた⁽¹⁾。実験においても深さ方向の進展が停滞する傾向が確認されている^(3,7,8)。亀甲状亀裂が停滞する要因について、密集した亀甲同士の干渉による応力が緩和⁽⁹⁻¹¹⁾、熱荷重特有の深さ方向の応力勾配⁽¹²⁻¹⁶⁾、またはその両方の影響^(17,18)などが考察されている。いずれも2次元的な解析に基づく考察となっている。表面の2次元的な亀裂分布に依存する応力緩和と、深さ方向の応力勾配の両方の影

* 1 日本機械学会論文集, Vol.87, No.904 (2021) (DOI: 10.1299/transjsme.21-00318) より転載

* 2 (株) 原子力安全システム研究所 技術システム研究所

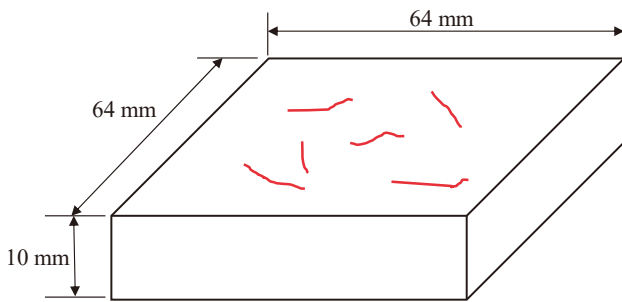


Fig. 1 Model assumed for simulations. The plate was subjected to thermal fluctuation on the surface.

響を考察するためには、3次元的な解析による検討が望まれる。

亀裂が浅い状態で停留していた場合、亀裂の存在が構造物の破壊強度に及ぼす影響は限定的となる。原子力発電プラントで亀裂が発見された場合、日本機械学会原子力設備規格維持規格⁽¹⁹⁾（以下、維持規格）にしたがって破壊強度が予測される。そして、基準を上回る強度を有することが確認できれば、亀裂を除去することなく使用を継続できる。維持規格では、複数の亀裂が近接した場合の評価手順も規定されている。具体的には、規定の範囲内にある複数の亀裂を、破壊評価が可能な単一亀裂に合体させる。合体基準は、主に2つの亀裂が近接する場合の強度変化から検討されており^(20,21)、亀甲状亀裂に対する適用性が検討された報告は見当たらない。また、維持規格では、一度合体させた亀裂はそれ以上繰り返し合体を行う必要はないとの規定がある。つまり、亀甲状亀裂のように多数の亀裂が存在していても、破壊を引き起こす主亀裂に近接する1つの亀裂のみに対して合体を考慮し、他の亀裂の存在は無視することになる。主亀裂が明確でない亀甲状亀裂には、現行の合体基準の適用が難しい場合も想定される。

本報では、まず、亀甲状亀裂が発達する様子を、有限要素解析を用いたモンテカルロシミュレーションで再現することを試みた。亀甲状亀裂の特徴的な亀裂形態を模擬するために、平板表面に発生するランダムな方向を有する複数の亀裂をモデル化した。これにより、亀裂周囲の不均一な応力分布が亀裂の発生寿命に及ぼす影響や、接近した亀裂同士の力学的な相互作用が進展速度や進展方向に及ぼす影響⁽²²⁾を考慮した。さらに、熱荷重特有の深さ方向の応力勾配の影響を考慮するために亀裂の深さ方向の進展も模擬した。複数の亀裂を簡便に解析するため、拡張有限要素法 (X-FEM)^(23,24)を適用した。シミュレーションによって亀甲状亀裂を再現することで、亀甲状となる要因や、亀甲状亀裂における亀裂の発生や進展の特徴について考

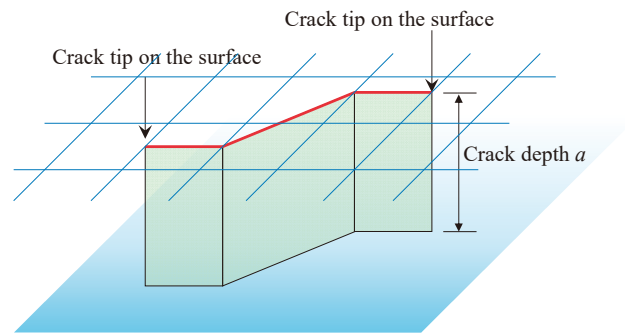


Fig. 2 Shape of crack assumed in the simulation. The depth of crack was constant while the shape on the surface varied according to the stress and stress intensity factor derived by finite element analyses.

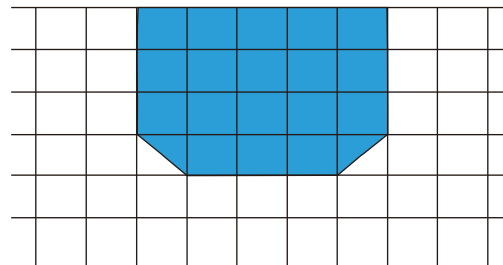


Fig. 3 Shape of crack modeled for X-FEM. The edge of crack was chamfered to improve accuracy of stress intensity factor calculation.

察した。次に、シミュレーションで再現された亀甲状亀裂を用いて配管の破壊強度の変化を調べた。内面に亀甲状亀裂が発生した配管を対象に、引張荷重、曲げ荷重および内圧に対する配管の極限荷重を算出した。そして、維持規格の手順によりモデル化した単一亀裂を有する場合の極限荷重と比較することで、維持規格の合体基準の亀甲状亀裂への適用性を考察した。

2. 亀裂の発生・進展シミュレーション

2.1 シミュレーションの方法

2.1.1 解析モデル

図1に模式的に示すように厚さ10 mmを有する64×64 mm²の平板上において複数の亀裂が発生・進展の様子をモンテカルロシミュレーションで模擬した。材料としてはステンレス鋼を想定した。亀裂進展は応力拡大係数(K値)を駆動力に進展させた^(25,26)。応力およびK値の解析はX-FEM機能が実装されている有限要素解析コードAbaqus

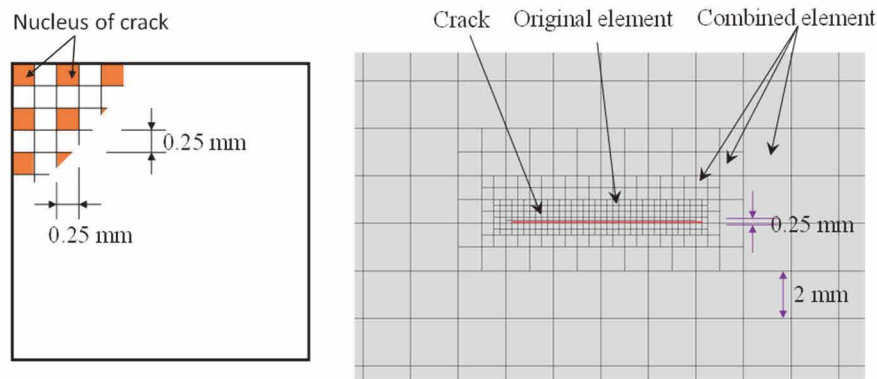


Fig. 4 Finite element model around the simulated crack. The mesh size was 0.25 mm around cracks. The size was increased to 2 mm at the maximum case when the distance from the crack was large, which the size in the depth direction was kept as 0.25 mm. Cracks could be initiated from the nuclei which were assigned every 0.5 mm.

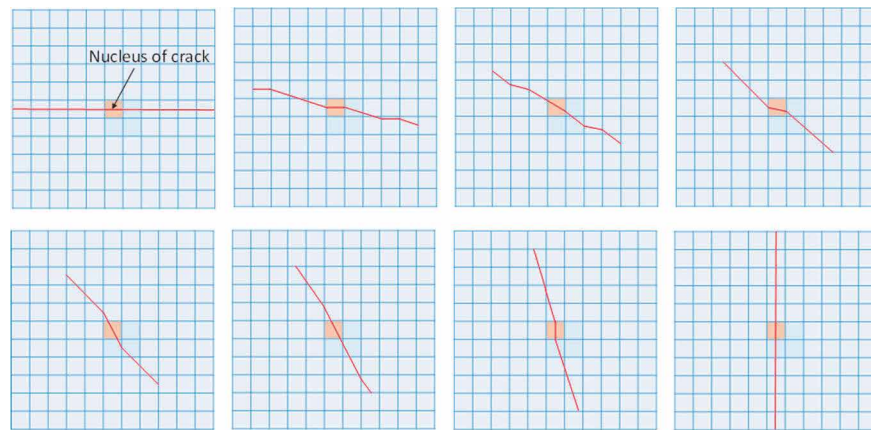


Fig. 5 Crack shapes on the surface assumed when crack depth reached 1.25 mm. The shape was determined using the direction of the maximum principal stress.

2020HF2 を用いた。Abaqus の X-FEM では要素表面上の任意の位置に亀裂を想定することができるが、亀裂の前縁は要素形状と一致させる必要がある。そこで、図 2 に示すように、要素内の亀裂形状は直線で深さは一定の亀裂を想定した。ただし、K 値解析を正しく解析するため、亀裂のコーナー部を図 3 のように面取り形状とする必要がある。

平板は 1 辺が 0.25 mm の立方体形状の 8 節点固体要素で分割した。ただし、亀裂から離れた位置では、図 4 のように、2×2 の要素集合、または 4×4 や 8×8 の要素集合を 1 つの要素に置き換えることで解析モデルの自由度を小さくした。以下、この要素の置き換えを要素統合とよぶ。要素統合は表面方向のみに対して実施し、深さ方向は一様に 0.25 mm の要素分割とした。

2.1.2 亀裂の発生と進展

平板表面に予め設定された亀裂発生核から亀裂を発生させた。亀裂発生核は、0.5×0.5 mm² の領域 (要素 4 個分)

毎に 1 つ割り当てた。結晶粒界や結晶粒内から疲労亀裂が発生することを想定している⁽²⁷⁾。

ステンレス鋼を用いた疲労試験において、数十マイクロメートル程度の微小な亀裂は疲労寿命の 10% に満たない段階で発生していることが確認されている^(28,29)。そして、残りの 90% 以上の寿命をかけて亀裂が進展した。したがって、疲労寿命は亀裂の進展寿命とほぼ等価となる。そこで、本シミュレーションでは、シミュレーション開始時点で亀裂発生核に深さ 30 μm の (見えない) 亀裂が存在すると仮定した。亀裂の初期深さを 30 μm として進展予測することにより、疲労寿命が再現できることが示されている⁽²⁸⁾。亀裂の進展速度 da/dN としては次式を適用した。そして、亀裂の深さが 1.25 mm に到達した時点で深さ方向の 5 要素分の (見える) 亀裂を X-FEM でモデル化し、この時点をも亀裂発生と定義した。

$$\frac{da}{dN} \left[\frac{\text{m}}{\text{cycle}} \right] = V_{\text{ini}} \times 5.06 \times 10^{-12} \left(\Delta K_I \left[\text{MPa} \sqrt{\text{m}} \right] \right)^{2.76} \quad (1)$$

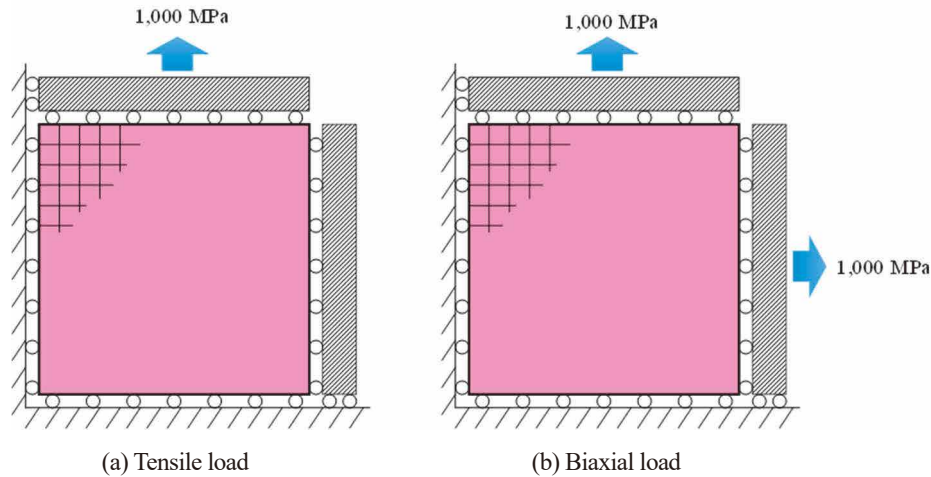


Fig. 6 Boundary conditions for analyses assuming uniform tensile or bi-axial load.

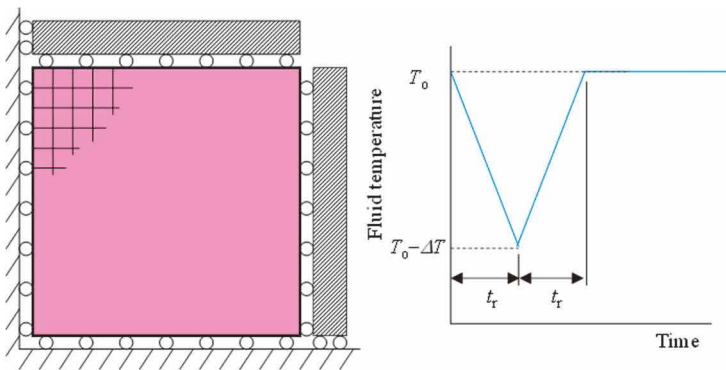


Fig. 7 Boundary condition for thermal loading and change in fluid temperature on the surface assumed for thermal analysis.

Table 1 Constants used for thermal stress analyses.

Density	8000 [kg/m ³]
Specific heat	487.96 [J/kgK]
Heat conduction coefficient	15.86 [W/mK]
Heat transfer coefficient	25 [kW/m ² K]
Young's modulus: <i>E</i>	195 [GPa]
Poisson's ratio: <i>ν</i>	0.3
Heat expansion coefficient: <i>α</i>	1.64 × 10 ⁻⁵ [1/K]

式 (1) は, SUS316 鋼の微小領域を含む亀裂進展速度を近似した式⁽³⁰⁾に, ばらつきを考慮するための定数 V_{mi} を考慮している. V_{mi} は平均 1, 標準偏差 1.0 の対数正規分布に従う乱数により決定した値を亀裂発生核毎に与えた. V_{mi} の標準偏差は最終的に得られる亀裂寸法のばらつきと相関がある. 標準偏差を小さくすると亀裂寸法のばらつきが小さくなる. 試行錯誤の結果 1 を採用した. ΔK_I は *K* 値の変動幅を示し, 亀裂発生前 (X-FEM で *K* 値を計算する深さ 1.25 mm 未満の状態) の値は次式で算出した.

$$\Delta K_I = f_{mi} \sigma \sqrt{\pi a} \tag{2}$$

応力 σ は亀裂発生核におけるミーゼスの相当応力を用いた. 形状係数は半円形状の亀裂に相当する $f_{mi} = 0.7$ で一定とした⁽³¹⁾. 亀裂深さ a が 1.25 mm (要素 5 個分) に到達した後は, X-FEM により算出されるモード I の *K* 値を ΔK_I として用いた. 亀裂発生時の表面方向の亀裂形状は図 5 のように設定した. これらの亀裂形状は, 表面方向に 11 要

素以上を確保するようにモデル化している. 最大主応力方向の直角方向に近い亀裂形状を選択した. 主応力方向が特定できない等 2 軸応力の場合は一様乱数を用いて決定した.

亀裂発生後は, 表面方向の進展速度も式 (1) により算出した. 先にも述べたように, X-FEM の解析では亀裂前縁は要素境界に一致させる必要がある. そこで, 亀裂前縁は 1 要素 (0.25 mm) ずつ進展させ, 進展量が 1 要素に満たない場合は, 計算上でのみ進展を模擬し, 有限要素解析における亀裂形状は先端が要素端にある状態 (実際より少し短く, 浅い状態) の値を用いた. 有限要素解析を実施する回数をステップと呼び, 1 ステップ毎の繰返し回数 dN は以下の 2 つの条件を満足するように決定した.

- ① ステップ中に 2 つ以上の亀裂が発生しないようにする.
- ② 表面長さの進展量が, その時点の亀裂長さの 10% を超えないようにする.

亀裂を進展させる際の表面方向の偏向角度 θ は、X-FEMで算出されるモードIIのK値 ΔK_{II} を用いて次式で決定した⁽³²⁾。

$$\theta = \text{sign}\left(\frac{\Delta K_{II}}{\Delta K_I}\right) \cos^{-1}\left(\frac{3\Delta K_{II}^2 + \Delta K_I \sqrt{8\Delta K_{II}^2 + \Delta K_I^2}}{9\Delta K_{II}^2 + \Delta K_I^2}\right) \quad (3)$$

ここで、 $\text{sign}(A)$ は A の符号を表す。図2の亀裂形状を想定している本シミュレーションでは面外変形は模擬できないので、モードIIIのK値は考慮しなかった。

2.1.3 境界条件

シミュレーションでは単軸または等2軸の引張荷重を負荷した場合と、熱荷重を負荷した場合を模擬した。単軸または等2軸の引張荷重を負荷する場合は図6のように境界条件を設定し、一様な1,000 MPaを負荷した。熱荷重を負荷する場合の境界条件は図7のように与えた。平板表面の流体温度を、初期温度 T_0 から、遷移時間 t_r で ΔT 減少させる。そして、ピーク温度到達後に初期温度 T_0 に戻す。本シミュレーションでは、 ΔT を200 K、 t_r を1 sとした。最初に、亀裂のない状態で、伝熱解析により平板の内部を含めた温度過渡変化を計算した。そして、得られた温度変化を用いて各時間断面での応力ならびに応力拡大係数を算出し、その最大値をシミュレーションに用いた。表1に解析に用いた定数を示す⁽³³⁾。これらの条件は配管合流部での熱疲労を想定している。

2.1.4 シミュレーションの制約および終了条件

解析コード(Abaqus)の制約などにより以下の条件でシミュレーションを実施した。

- 101個目の亀裂が発生した時点でシミュレーションを終了する(解析コードが100個までの亀裂しか許容していない)。
- 亀裂の周囲2要素(0.5 mm)分はその亀裂の占有要素とする(以下、エンリッチ領域とよぶ)。エンリッチ領域には他の亀裂が侵入したり、新たな亀裂が発生したりできない。他の亀裂のエンリッチ領域に突き当たった場合、その方向への進展は停留させる。
- 亀裂は分岐せず、合体もしない。また、接近した亀裂を合体させることもしない。
- 亀裂深さが8 mm(板厚の8割)を超えた時点を亀裂貫通とみなし、シミュレーションを終了する。

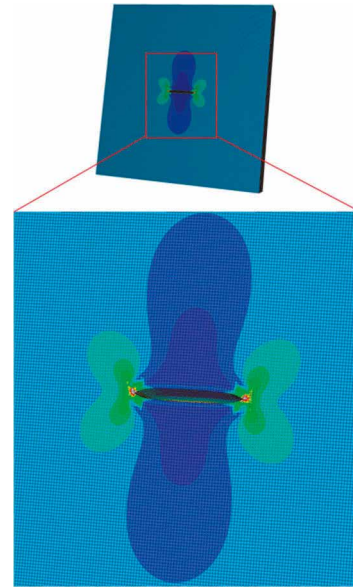


Fig. 8 Von Mises equivalent stress distribution obtained by X-FEM analysis. A single crack was assumed and tensile stress was applied perpendicular to the crack. The mesh size was assumed as 0.25 mm for whole region.

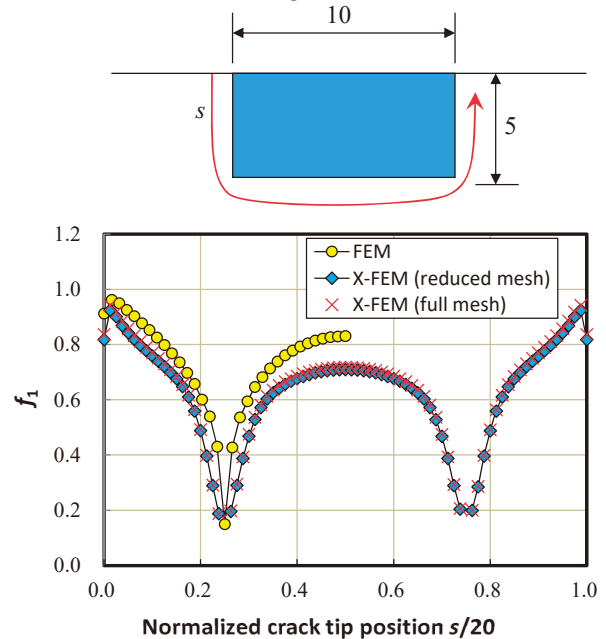


Fig. 9 Normalized stress intensity factors along the crack front obtained by the X-FEM analyses and conventional FEM analysis. The X-FEM analyses were conducted for the full mesh, for which mesh size was 0.25 mm for the whole region, and reduced mesh, for which mesh size was increased as shown in Fig. 4.

2.2 X-FEMによるK値の解析

平板の中心に長さ10 mm、深さ5 mmの亀裂を導入した場合の解析を実施した。荷重は亀裂面に垂直方向に一様な

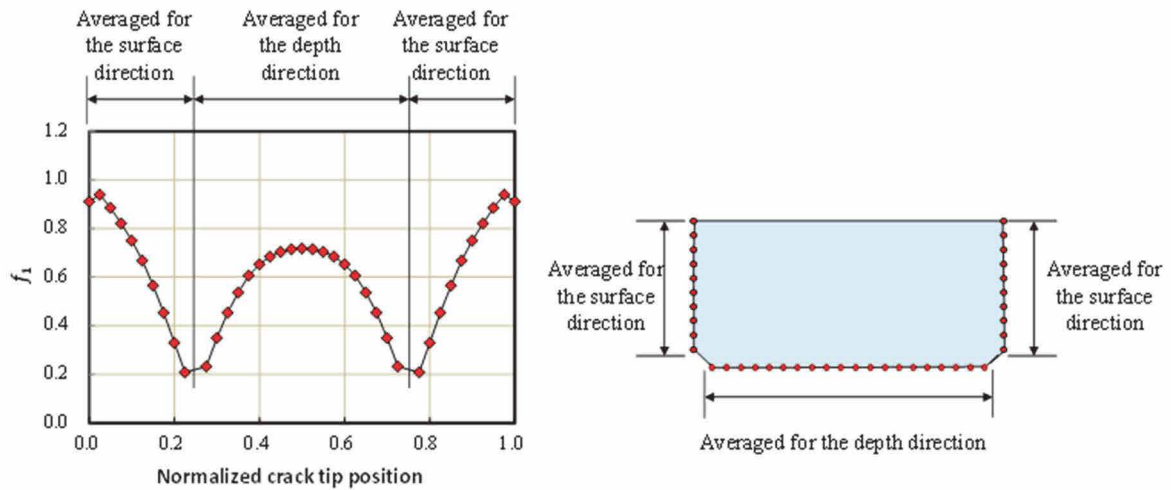


Fig. 10 Schematic drawing explaining how to derive the stress intensity factors for crack propagation in the surface and depth directions. Equation (5) was applied to calculate averaged stress intensity factors for each direction.

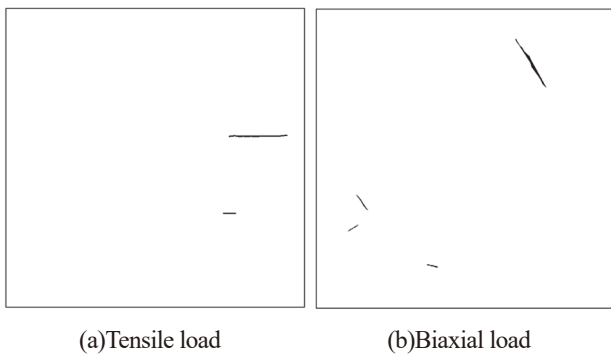


Fig. 11 Crack distributions obtained by crack initiation and growth simulations assuming uniaxial and biaxial loading conditions. The simulations were stopped due to crack penetration in the depth direction.

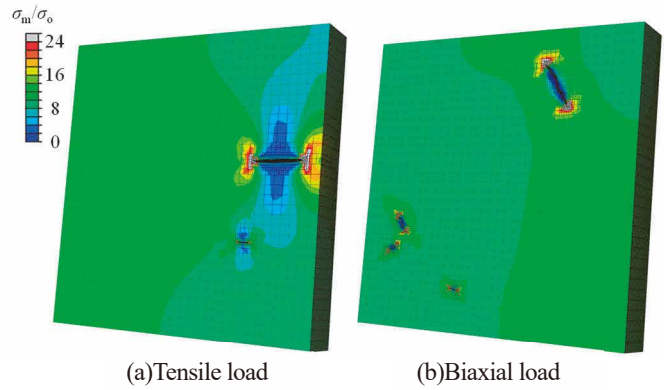


Fig. 12 Von Mises equivalent stress normalized by applied stress σ_0 obtained by X-FEM analyses for the crack distribution shown in Fig. 11.

引張荷重を付与した。ミーゼスの応力分布を図8に示す。要素統合を実施していない場合の結果を示している。亀裂が開口し、亀裂周囲に応力集中域と緩和域が出現していることがわかる。

図9は、X-FEMにより算出されたK値(図中で「X-FEM」と表示)と、通常の有限要素解析によって算出された結果(同「FEM」)を比較した。亀裂先端の位置は表面を起点とした距離sで示し、モードIのK値 K_I を次式で正規化した。

$$f_1 = \frac{K_I}{\sigma\sqrt{\pi a}} \quad (4)$$

通常の有限要素解析は文献(34)にしたがって矩形亀裂のメッシュ分割を行ってK値を算出した。モデルの対称性

から全体の4分の1をメッシュ分割しているため、 $s/20 = 0.5$ までしか出力がない。X-FEMの解析ではコーナー部は面取り形状となっている(図3参照)ため、通常の有限要素解析の亀裂形状と厳密には同じでない。X-FEMによるK値は相対的に小さく、最深部 f_1 はおおよそ0.7となった。矩形のコーナー部に向かってK値が減少するなど、分布の特徴は似ている。また、要素統合した場合(図では「X-FEM(reduced mesh)」と表示)としない場合(同「X-FEM(full mesh)」)の結果はほぼ一致した。

シミュレーションでは亀裂の進展後の亀裂形状を決定するため、表面方向(両先端2方向)と深さ方向の3つのK値のみを用いるが、解析では前縁に沿った各節点でK値が算出される。そこで、次式で定義される平均化したK

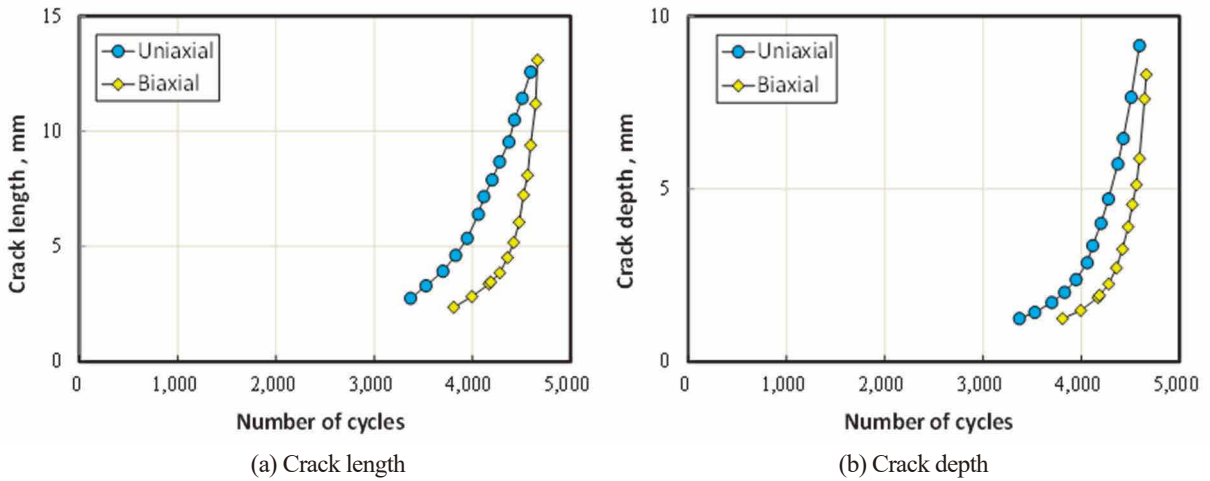


Fig. 13 Change in crack length and depth with the number of cycles obtained by the simulations for a uniaxial or biaxial loading condition. The crack was assumed to be initiated when the depth reached 1.25 mm. The crack depth exceeded 8 mm within relatively short cycles after the initiation.

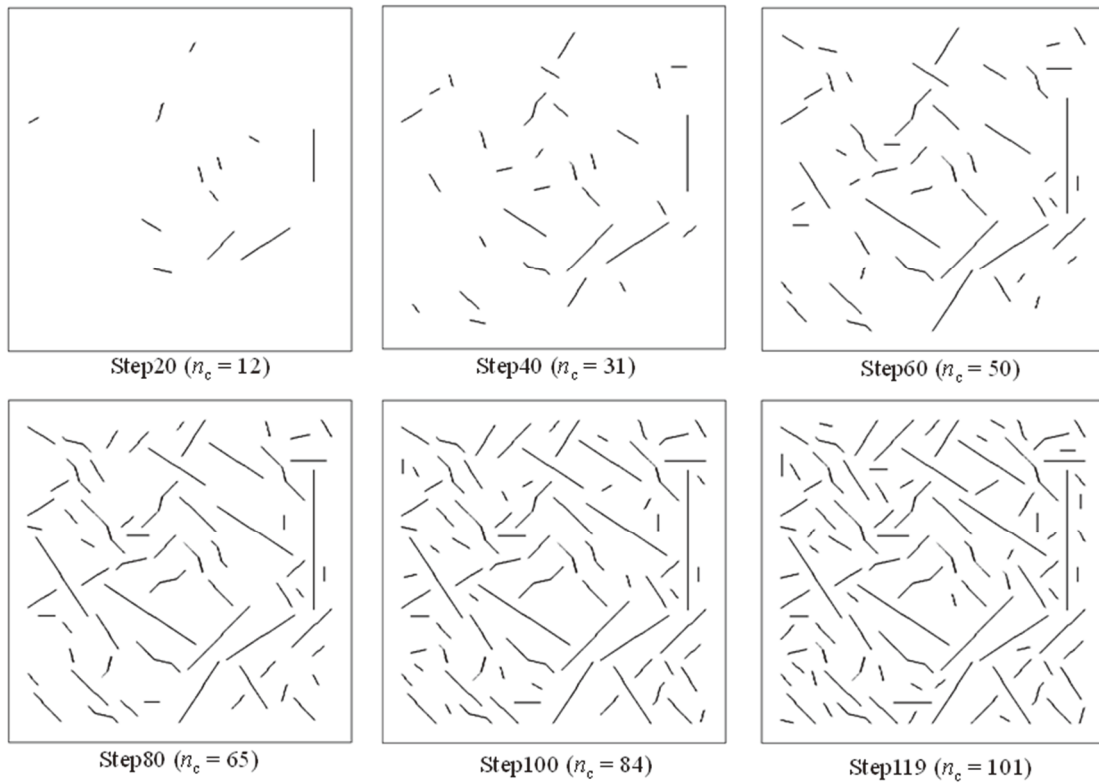


Fig. 14 Crack initiation and growth simulation for thermal loading. The simulation was stopped when the number of cycles reached 101, which was more than the limitation of the X-FEM code.

値 (K_{line})⁽³⁵⁾ を表面 2 方向と深さ方向にそれぞれ算出し、 ΔK_I および ΔK_{II} として用いた。

$$K_{line} = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^n K_i \right) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n K_i^2}{n}} \quad (5)$$

図 10 に模式的に示すように、 n は表面方向 (2 方向) と深さ方向の辺に存在する K 値の算出点 (節点) の数となる。熱荷重を対象とした場合は、各時間断面で K 値が算出される。各節点において解析時間中での最大値を、その節点 (i) の応力拡大係数 K_i として、 K_{line} の算出に用いた。

2.3 シミュレーション結果

2.3.1 単軸または等2軸荷重下でのシミュレーション

単軸および等 2 軸の引張荷重を負荷した場合のシミュレーションの結果を図 11 に示す。単軸荷重は図の上下方向に負荷しているが、亀裂が荷重方向に垂直に発生・進展している様子が再現されている。一方、等 2 軸の場合はランダムな方向に発生した。最終的に 2 個または 4 個の亀裂が発生した時点で、亀裂の最大深さが 8 mm を超えたためシミュレーションが終了した。

シミュレーション終了時点での有限要素解析結果を図 12 に示す。複数の亀裂が発生している様子が X-FEM でモデル化されている。そして、亀裂先端近傍で応力が大きくなっていることがわかる。この領域では亀裂発生（深さ 1.25 mm 以下の亀裂の進展）が促進されるため、亀裂が発生しやすくなる。一方、とくに単軸荷重では、亀裂に沿って相対的に応力の小さい応力緩和領域が見られる。この部分では亀裂発生が抑制される。

図 13 は繰返し数に対する亀裂の長さや深さの変化を示す。亀裂長さは亀裂先端の直線距離とした。単軸、等 2 軸とも貫通した亀裂の変化を示している。最初の亀裂は単軸ではおおよそ 3,400 回、等 2 軸度では 3,800 回で発生し、おおよそ 4,600 回で貫通した（8 mm に到達した）。亀裂が貫通するまでの繰返し数の 8 割程度が亀裂発生に費やされていた。

2.3.2 熱荷重下でのシミュレーション

熱荷重下でのシミュレーションの結果を図 14 に示す。ステップとともに亀裂が発生し、成長している様子が再現されている。図中の n_c は亀裂数を示す。単軸および等 2 軸荷重に対するシミュレーションでは、亀裂深さが 8 mm に到達してシミュレーションが終了したが、熱荷重においては 101 個の亀裂が発生してシミュレーションが終了した。

シミュレーション終了時点（101 個目の亀裂が発生する直前）での有限要素解析結果を図 15 に示す。100 個の亀裂が X-FEM でモデル化されている。そして、亀裂先端近傍で応力が大きくなっている部分が見られる一方で、応力が緩和されている青い部分が多く見られる。とくに、平板中央部の亀裂の密集した部分では応力緩和域が広がっている。図 16 はエンリッチ領域を示す。先に述べたように、亀裂の発生した要素およびその周囲の要素 2 個分の範囲はエンリッチ領域と定義され、他の亀裂が発生も侵入もで

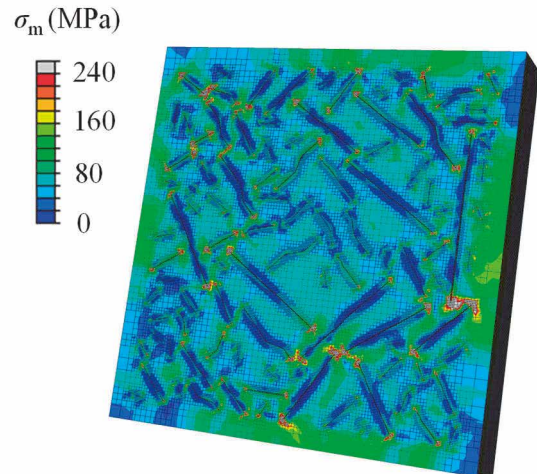


Fig. 15 Von Mises equivalent stress distribution obtained by X-FEM analysis for thermal loading. Initiation of 100 cracks resulted in spread of the stress relaxation zone on the plate surface.

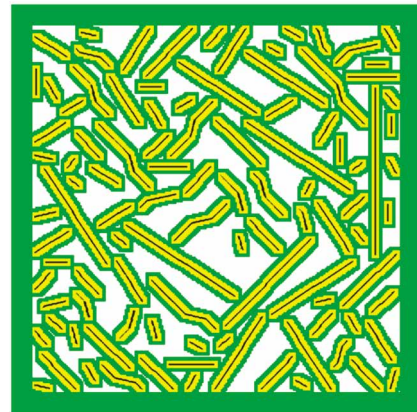


Fig. 16 Distribution of cracks and enriched area, which was assigned around the cracks. New cracks could not be initiated in the enriched area and existing cracks could not propagate into the enriched area of other cracks.

きない領域となっている。図において黄色または黄緑色で示している部分がエンリッチ領域となる。平板の端部の幅 3.25 mm（64 mm の 5%程度）の領域も亀裂が侵入できないようにエンリッチ領域としている。相対的に長い亀裂の先端が他の亀裂のエンリッチ領域に突き当たり、進展できなくなっていることがわかる。

進展速度のばらつき V_m を設定するための乱数を変えた 2 パターンのシミュレーション結果を図 17 に示す。いずれの場合も、119 ステップ目において 101 個目の亀裂が発生してシミュレーションが終了した。これらの解析を Case2 および Case3 とし、先の Case1 と併せて繰返し数と亀裂数の関係を図 18 に示す。最初の亀裂はおおよそ 2 万

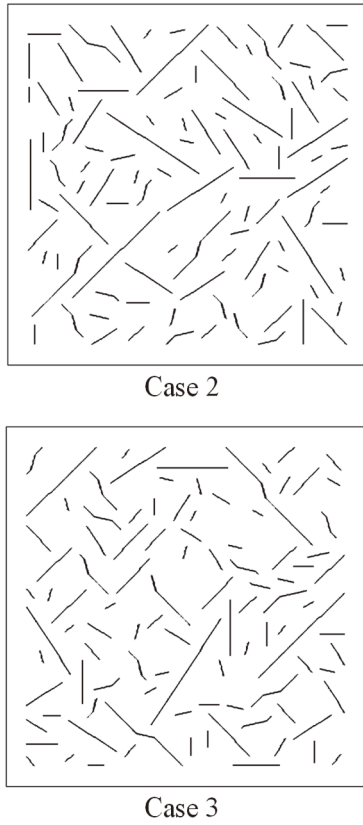


Fig. 17 Simulation results obtained for thermal loading. The constant V_{ini} defined in Eq. (1) was determined using different random numbers as used for previous simulation. The simulations were stopped due to initiation of more than 100 cracks.

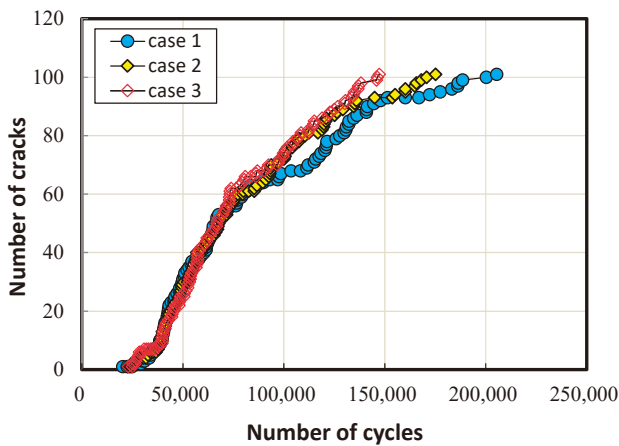
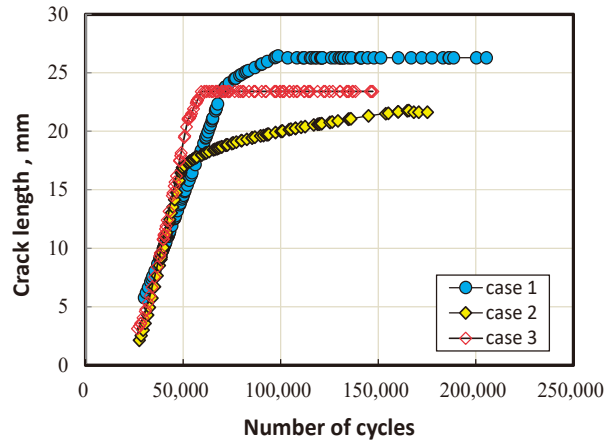
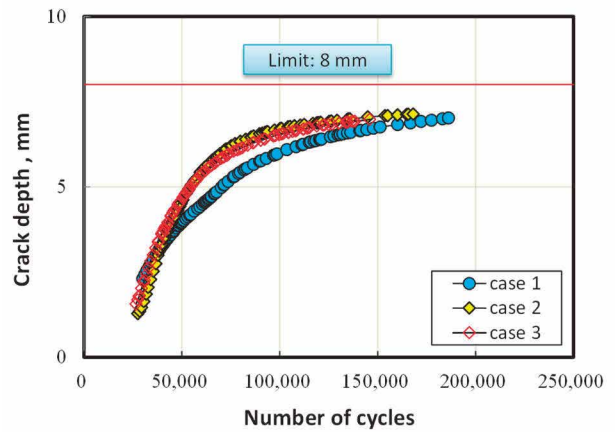


Fig. 18 Change in number of cracks obtained by simulations assuming thermal loading.

回で発生し、15万回~20万回で101個に到達した。Caseによる差は顕著でなく、亀裂数は繰返し数に対して単調に増加した。図19は繰返し数と亀裂寸法の関係を示す。各Caseでシミュレーション終了時に最大長さとなった亀裂



(a) Crack length



(b) Crack depth

Fig. 19 Change in crack length and depth with the number of cycles obtained by the simulations for thermal loading condition. The results of cracks of the maximum length were shown for each case. The change in crack depth was saturated and the simulations were stopped before the depth reached 8 mm.

(以下、主亀裂とよぶ) の変化を示している。亀裂長さは繰返し数に対してほぼ線形に増加しているが、22mm~26mmで成長が停滞している。これは、亀裂先端が他の亀裂のエンリッチ領域と干渉したことによる。最終的な亀裂長さの最大値はCase1, Case2, Case3においてそれぞれ26.3mm, 21.6mm, 23.4mmであった。一方、亀裂深さはシミュレーション終了まで、連続的に増加した。しかし、その速度は深くなるほど鈍化し、最終的にシミュレーションの終了条件である8mmに到達しなかった。最終的な最大亀裂深さそれぞれ7.11mm, 7.16mm, 6.99mmであった。

2.4 考察

2.4.1 熱荷重下での深さ方向の進展

平板断面に一樣な単軸および等 2 軸荷重を想定した場合は、深さ 8 mm の制限に到達してシミュレーションが終了した。一方、熱荷重を負荷した場合は亀裂数が制限の 101 個に到達するまで深さが 8 mm に到達することはなかった。その要因として、深さ方向の応力勾配の影響が考えられる。亀裂がない状態での表面からの距離と主応力の関係を図 20 に示す。時間の経過とともに応力が増加し、0.69 s 到達時に表面での応力が 522 MPa で最大となった。時間 1.25 s の場合を除き、応力は表面において最大となり、深くなると減少する応力勾配を有していた。そして、いずれの時間断面においても、板厚の半分程度で応力が圧縮になった。

主亀裂について、シミュレーション中に変化する亀裂深さと深さ方向の K 値の関係を図 21 に示す。一樣な荷重を負荷した場合は、K 値は亀裂が深くなるほど大きくなる。しかし、熱荷重を負荷した場合は、深さ方向の応力勾配の影響により、亀裂が深くなるほど K 値が小さくなる傾向を示した。深さと K 値の関係を外挿すると、8 mm に到達する時点では K 値は零近くに減少し、完全に停留すると考えられる。

熱荷重によって生じる応力の大きさや応力勾配は、伝熱条件や流体温度変動パターンにより変化する⁽³⁶⁾。温度変化速度が遅くなると、応力勾配が相対的に小さくなり、亀裂が発生すれば亀裂が停留せずに貫通しやすくなる。図 7 で定義する t_c を 5 s から 50 s まで変化させた場合のシミュレーションでは、亀裂が 101 個に到達する前に、深さ 8 mm に到達した。一方、 t_c が小さくなると、応力勾配が大きくなるが、表面での発生する応力変動が小さくなり、亀裂自体が発生しない場合もある⁽³³⁾。温度差を有する流体の合流部では数 Hz の比較的速い周期の変動が確認されている⁽³⁷⁾。亀裂発生に十分な温度変動があれば、発生した亀裂が貫通することなく停留すると考えられる。このことは、実機において亀甲状亀裂が 2 mm の深さで停留していたことと整合する。

2.4.2 亀裂発生および進展に及ぼす亀裂分布の影響

複数の亀裂が密集した状態では、亀裂同士の力学的な相互作用により、K 値が大きくなったり、小さくなったりする⁽³⁸⁾。また、亀裂の進展方向も力学的相互作用の影響

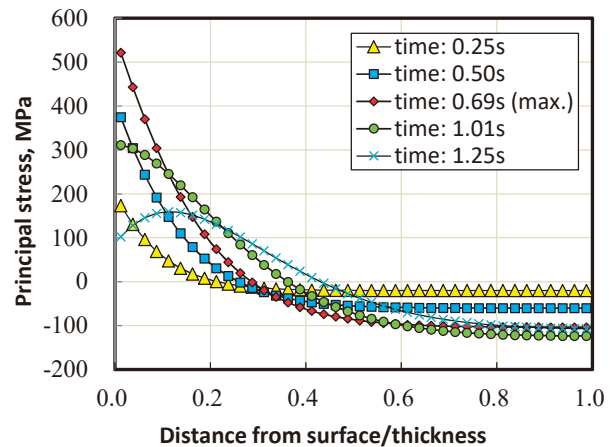


Fig. 20 Stress in the surface direction obtained by thermal analysis without a crack. The thermal stress had a gradient in the depth direction and it was altered with time.

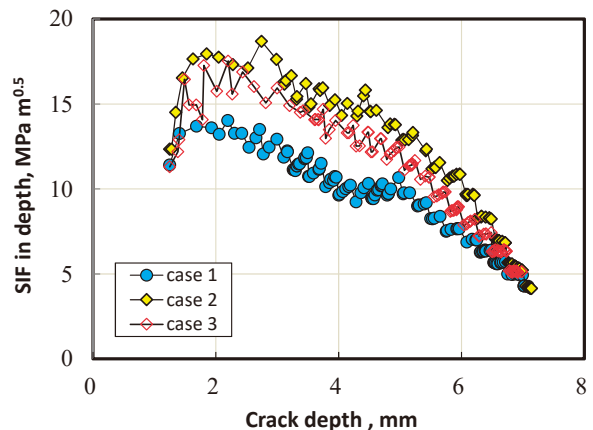


Fig. 21 Relationship between the crack depth and stress intensity factor (SIF) in the depth direction obtained for the primary crack of each case. The SIF tended to decrease as the crack became deeper due to the stress gradient shown in Fig. 20.

を受ける。変化の大きさは相対的な位置関係や亀裂深さなどに依存するが、本シミュレーションのように、亀裂分布を考慮した有限要素解析を実施することで、相互作用を考慮した K 値を算出することができる。

複数分布する亀裂は、新たな亀裂発生にも影響を及ぼすことになる。図 8 に示したように、亀裂先端近傍に応力が集中する一方で、応力が相対的に小さくなる応力緩和域が出現し、亀裂発生までの潜伏期間が変化する。とくに、熱荷重下においては、図 15 に示すように、亀裂が密集し

ている領域には応力緩和域が広がっていた。応力緩和域が広がることで亀裂発生が抑制されたため、図 18 に示す亀裂数の変化が飽和傾向を示したと考えられる。実験においても、亀甲状亀裂において亀裂数が飽和する傾向が観察されている³⁾。

応力勾配により深さ方向の進展が停留し、エンリッチ領域の干渉により表面方向の進展も停留する。そして、応力緩和域の広がりにより亀裂発生も抑制される。亀甲状が十分発達した状態では、亀裂は発生も進展もしない定常状態に近づくと考えられる。

2.4.2 シミュレーションによる亀甲状亀裂の模擬

単軸や等 2 軸荷重を負荷した場合は、2 または 4 個の亀裂のみが発生し、亀甲状とはならなかった。一方、熱荷重によって再現された亀裂は、複数の亀裂がランダムに分布する亀甲状亀裂の特徴を有していた。しかし、実際の亀甲状亀裂は、文字通り亀甲状となっており、本シミュレーションで再現された亀裂分布とは様相が異なる部分もある。亀裂の分岐や合体が模擬できない本シミュレーションによって、厳密な亀甲状を模擬することは難しい。また、本シミュレーションではエンリッチ領域の干渉により表面方向の進展が停留した。実際の進展では、停留することなく進展を継続し、合体に至ると考えられる。

本シミュレーションのように、有限要素解析により亀裂同士の力学的な相互作用を考慮して算出される K 値は、合体した場合と同等の値となることが示されている³⁸⁾。つまり、亀裂がエンリッチ領域に侵入して合体した場合でも、亀裂の深さと長さを増加させる進展駆動力は、合体を模擬しない本シミュレーションと同等であると考えられる。したがって、応力勾配や他の亀裂との干渉によって、亀裂が 8 mm に到達しなかったという結果は、合体を考慮しない本シミュレーションでも模擬できていたと考えられる。

亀裂発生までの潜伏期間の考え方や定数 V_{ini} の決定方法の妥当性など、本シミュレーションの妥当性が十分検証できているとは必ずしも言えない。また、X-FEM による K 値の解析精度も十分でない可能性もある。ただ、亀裂の停留が応力勾配によって生じており、亀裂の停留によりランダムな方向を向いた多くの亀裂が発生したこと。そして、亀裂の停留がなければ、多数の亀裂が発生する前に貫通によりシミュレーションが終了するという事実は、本シミュレーションにより確認できたと考えられる。

以上の考察から亀甲状亀裂が発生する要因として以下が考えられる。

- ・ 主応力の方向が不明瞭な等 2 軸に近い応力状態で、亀裂発生の方向がランダムであること。
- ・ 構造物表面において亀裂を発生させるのに十分な応力（ひずみ）変動があること。
- ・ 深さ方向の進展が停留または停留に近い状態であること。

とくに、深さ方向の進展が停留することは亀甲状となる（多数の亀裂が発生する）ための必要条件となる。極端に大きな荷重が負荷される場合を除き、疲労亀裂は一度に発生する訳ではない。ステンレス鋼を用いた一般的な疲労試験において目視で観察される亀裂は 1 個から数個に限られる。つまり、亀裂が停留しない場合は、発生した主亀裂が多数の亀裂の発生を待たずに貫通に至る。図 13 に示すように、亀裂発生から貫通までの期間は相対的に短く、その間に別の亀裂が発生する機会は少ない。一方、亀裂が停留する場合は、図 18 のように、主亀裂が発生してから期間が長く、多くの亀裂が発生することができる。本シミュレーションでは亀裂が 101 個に到達した時点でシミュレーションが終了したが、亀裂数の制約がなければ表面での応力緩和域などにより新たな亀裂が発生する余地がなくなるまで亀裂数が増加すると考えられる。そして、最終的には亀裂の発生も進展もしない定常状態に遷移すると考えられる。以上のことから、実機において亀甲状亀裂が発見された場合は、深さ方向の進展は停留していると考えられる。そして、亀甲状亀裂が十分発達した状態では、新たな亀裂の発生もない状態であると推測される。したがって、亀甲状亀裂が存在した状態での構造物の強度が十分であることが確認できれば、補修せずに使用を継続しても問題ないと判断できる可能性がある。

Table 2 Size of combined cracks according to Rule 1 and Rule 2.

	Case 1	Case 2	Case 3
$L_{eq(axial)}_{Rule1}$	29.0 mm	28.5 mm	27.75 mm
$L_{eq(circum)}_{Rule1}$	37.5 mm	23.0 mm	26.25 mm
$L_{eq(axial)}_{Rule2}$	56.5 mm	56.5 mm	56.5 mm
$L_{eq(circum)}_{Rule2}$	56.5 mm	56.5 mm	56.5 mm
Depth	7.0 mm	7.0 mm	6.75 mm

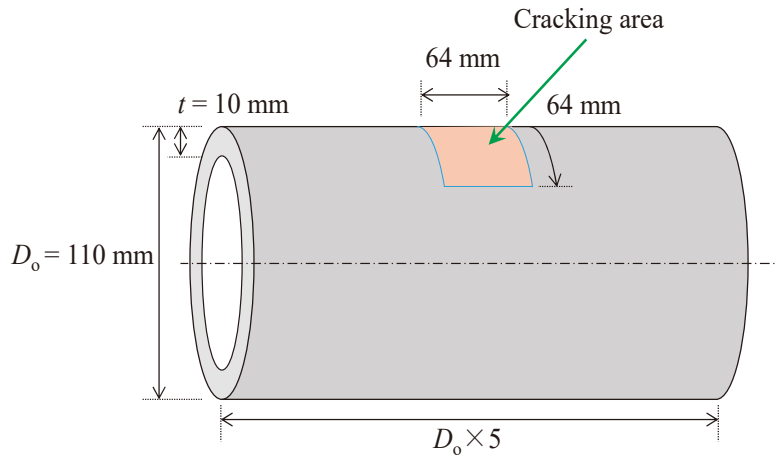


Fig. 22 Straight pipe with single or multiple cracks at inner surface used for failure analyses.

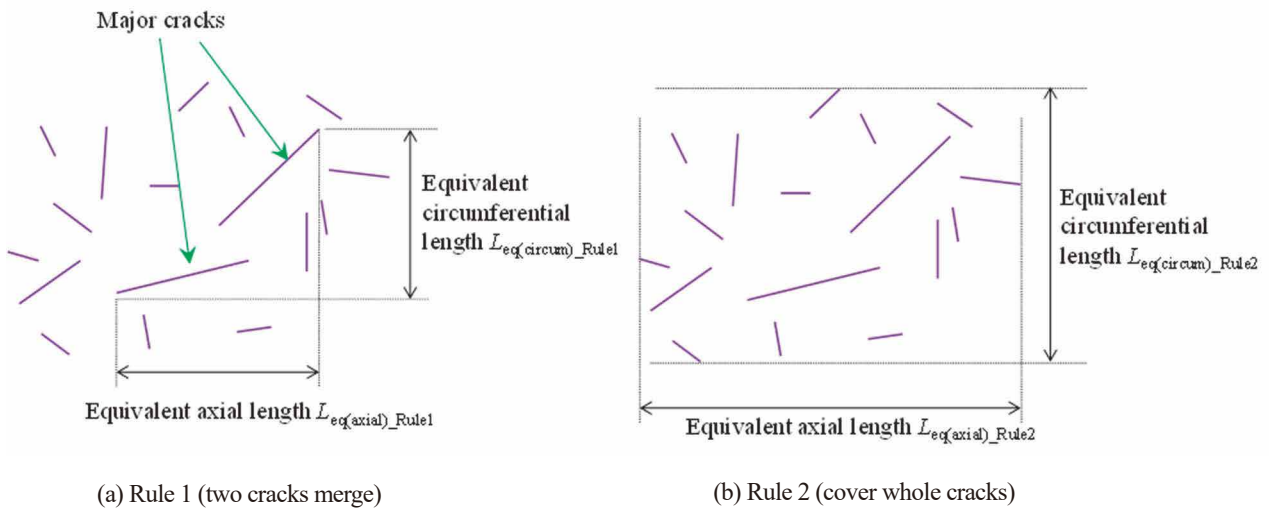


Fig. 23 Combination rules for multiple cracks. Rule 1 corresponds to the procedure prescribed in the code, whereas Rule 2 was proposed in this study.

3. 亀甲状亀裂の破壊解析

3.1 解析方法

3.1.1 解析モデル

先のシミュレーションでは $64 \times 64 \times 10 \text{ mm}^3$ の平板表面での亀裂発生と進展を模擬した。ここでは図 22 に示す、厚さ 10 mm の管の長手方向中央部内面の $64 \times 64 \text{ mm}^2$ の領域に亀裂が発生した管の破壊強度を調べた。管の平均半径は 50 mm、長さは外径の 5 倍とした。この管に引張荷重、曲げ荷重、または内圧を荷重した。曲げ荷重が作用する場合は、亀裂部分が引張になるようにモーメントを荷重

した。内圧によるキャップ効果（軸力）や亀裂面への内圧負荷は考慮しなかった。

3.1.2 解析手順

維持規格においてはステンレス鋼の破壊モードとして塑性崩壊が想定されている。そこで、Abaqus 2020HF2 を用いた有限要素解析により極限荷重を算出した。先の熱荷重を荷重したシミュレーションにおいて、100 個の亀裂が発生した状態を亀甲状亀裂と考え、これらの亀裂が管内面に存在した場合と、図 23 の手順にしたがって単独亀裂にモデル化した場合の解析を行った。モデル化は以下の 2 通りの方法で実施した。方法 1 (Rule 1) では、現行の維持

規格のモデル化手順にしたがって代表的な2つの亀裂(主亀裂とそれに隣接する比較的大きな亀裂)を合体させて等価な単一亀裂の軸方向長さ $L_{eq(axial_Rule1)}$ と周方向長さ $L_{eq(circum_Rule1)}$ を決定した。以下、方法1による等価亀裂を合体亀裂とよぶ。方法2 (Rule2) では、100個すべての亀裂を包絡するように軸方向長さ $L_{eq(axial_Rule2)}$ と周方向長さ $L_{eq(circum_Rule2)}$ を決定する。以下、この方法によって決定した単一亀裂を包絡亀裂とよぶ。引張および曲げ荷重に対しては周方向亀裂、内圧に対しては軸方向亀裂を想定した。Case 1, 2 および 3 から抽出された包絡亀裂と合体亀裂の寸法を表2に示す。包絡亀裂の長さは軸方向と周方向はいずれの場合もシミュレーションにおける亀裂発生可能領域と同じ長さである 56.5 mm (64 mm の板幅から平板端部のエンリッチ領域 3.25×2 mm と亀裂両端のエンリッチ領域 0.25×4 mm をマイナスした値) であった。また、包絡亀裂の深さは全ての亀裂の中での最大深さをとり、Case 1 と Case 2 は 7.0 mm, Case 3 は 6.75 mm とした。維持規格の手順では、合体亀裂の深さは合体させた亀裂の深い方を用いるよう規定されている。この方法に従うと、Case 1 の軸方向と Case 3 の周方向の合体亀裂においては、深さが 6.5 mm となり包絡亀裂の深さよりも浅くなる。合体亀裂と包絡亀裂の長さの取り方の影響を比較するため、本解析では、合体亀裂の深さは包絡亀裂と同じ値を用いた。

材料定数として、流動応力 σ_f が 200 MPa の弾完全塑性体を仮定した。ヤング率およびポアソン比はそれぞれ 195 GPa および 0.3 とした。弾完全塑性体に対する解析では、流動応力を超えると荷重の増加なしに変形が進む不安定状態となり解析が終了する。有限要素解析で得られた不安定状態直前の最大荷重を極限荷重 P_L とした。

3.2 X-FEMによる破壊解析の妥当性

X-FEM を破壊解析に用いることの妥当性を検証するため、周方向長さ 49.7 mm (角度 60° に相当)、深さ a が $0.5t$ または $0.75t$ の単一亀裂を導入した場合の解析を実施した。そして、通常FEMによる解析⁽³⁹⁾を、同じ長さと同深さを有する一定深さの亀裂に対して実施した。

引張荷重を想定した解析で得られたミーゼスの相当応力分布を図24に示す。弾性から降伏状態に移行した時点の分布を示しているが、亀裂近傍の応力は流動応力 σ_f に到達し塑性崩壊状態が模擬されていることがわかる。また、内面の亀裂が塑性変形により開口している様子もX-FEMにより模擬されている。荷重と管端の変位の関係を図25に示す。変位の増加に伴い弾性的に荷重が増加しているが、降伏により荷重の増加が停止する。亀裂がない場合 ($a/t=$

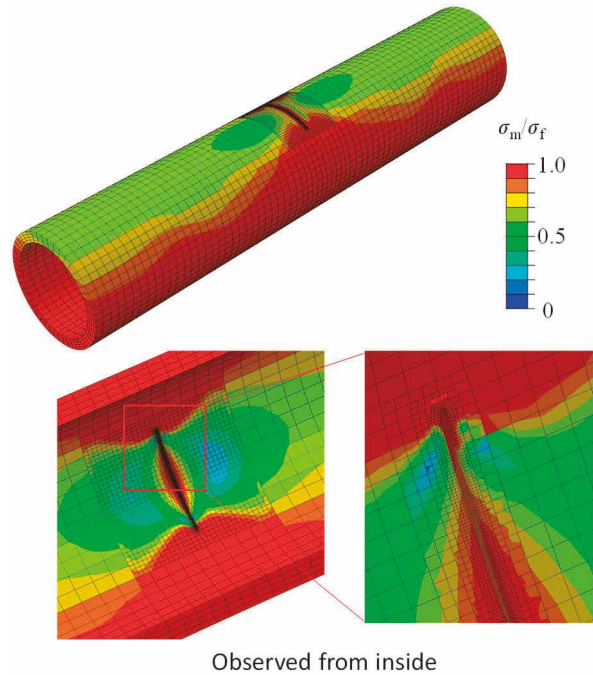


Fig. 24 Von Mises equivalent stress distribution obtained by limit load analysis using X-FEM for a pipe subjected to tensile load. The stress was normalized by flow stress $\sigma_f = 200$ MPa.

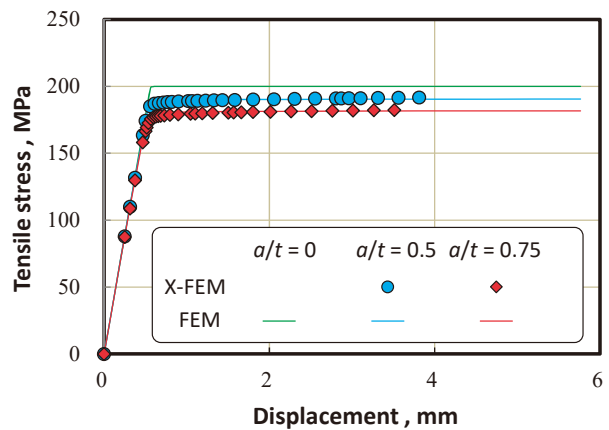


Fig. 25 Change in applied load with displacement at the edge of pipe. The limit decreased due to cracks. No difference was found between the results obtained using X-FEM and conventional FEM.

0の場合)と比較して、亀裂を有する管では降伏が始まる荷重は低下した。また、亀裂が深い方が崩壊荷重は小さかった。X-FEMと通常FEMの変位と荷重の関係はほぼ一致した。図は省略するが、曲げ荷重および内圧を負荷した場合にもX-FEMと通常FEMの結果はよく一致した。Abaqusで適用しているエンリッチ関数⁽⁴⁰⁾は弾完全塑性体の解析に適用できることが確認できた。

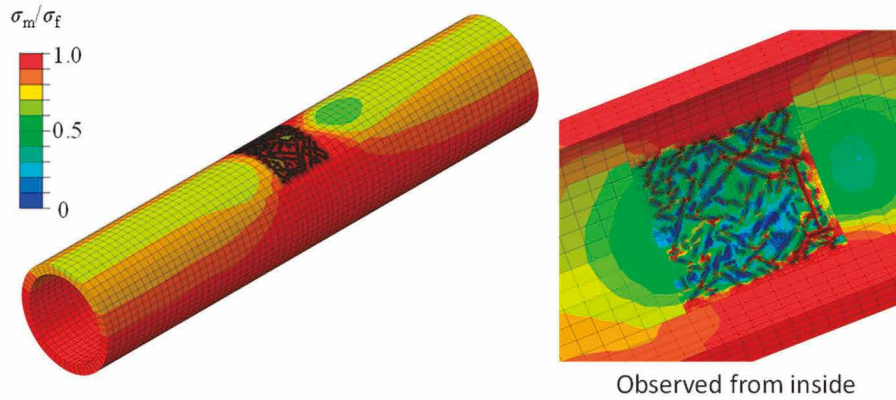


Fig. 26 Von Mises equivalent stress distribution obtained by limit load analysis using X-FEM for a pipe with multiple cracks subjected to tensile load.

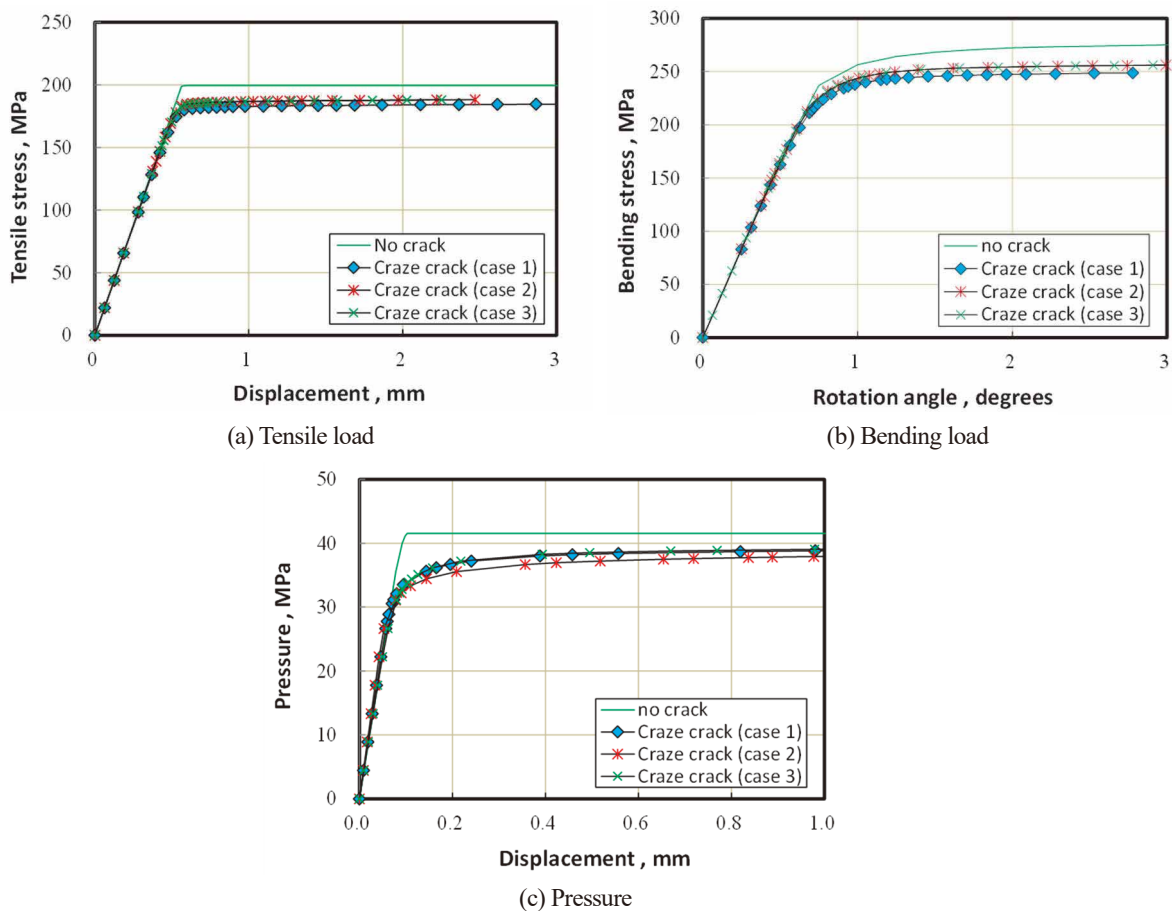


Fig. 27 Change in applied load with displacement obtained by limit load analyses assuming tensile load, bending load or pressure. Well converged limit loads were obtained by the analyses using X-FEM.

3.3 解析結果

3.3.1 亀甲状亀裂を有する配管の極限荷重

配管内面に Case1 の亀裂が存在した場合の引張荷重下での極限荷重解析結果を図 26 に示す。100 個の亀裂によ

る複雑な応力分布となっているが、総体的には引張荷重により亀裂周囲に応力が集中し、単一亀裂の場合と同様の応力分布となった。

荷重（内圧）と変位の関係を図 27 に示す。Case1 に加え、Case2 と Case3 の亀裂分布を用いた場合の結果も示している。変位の増加に伴い弾性的に荷重が増加しているが、降伏が開始すると、荷重の増加は飽和した。参照に亀裂の

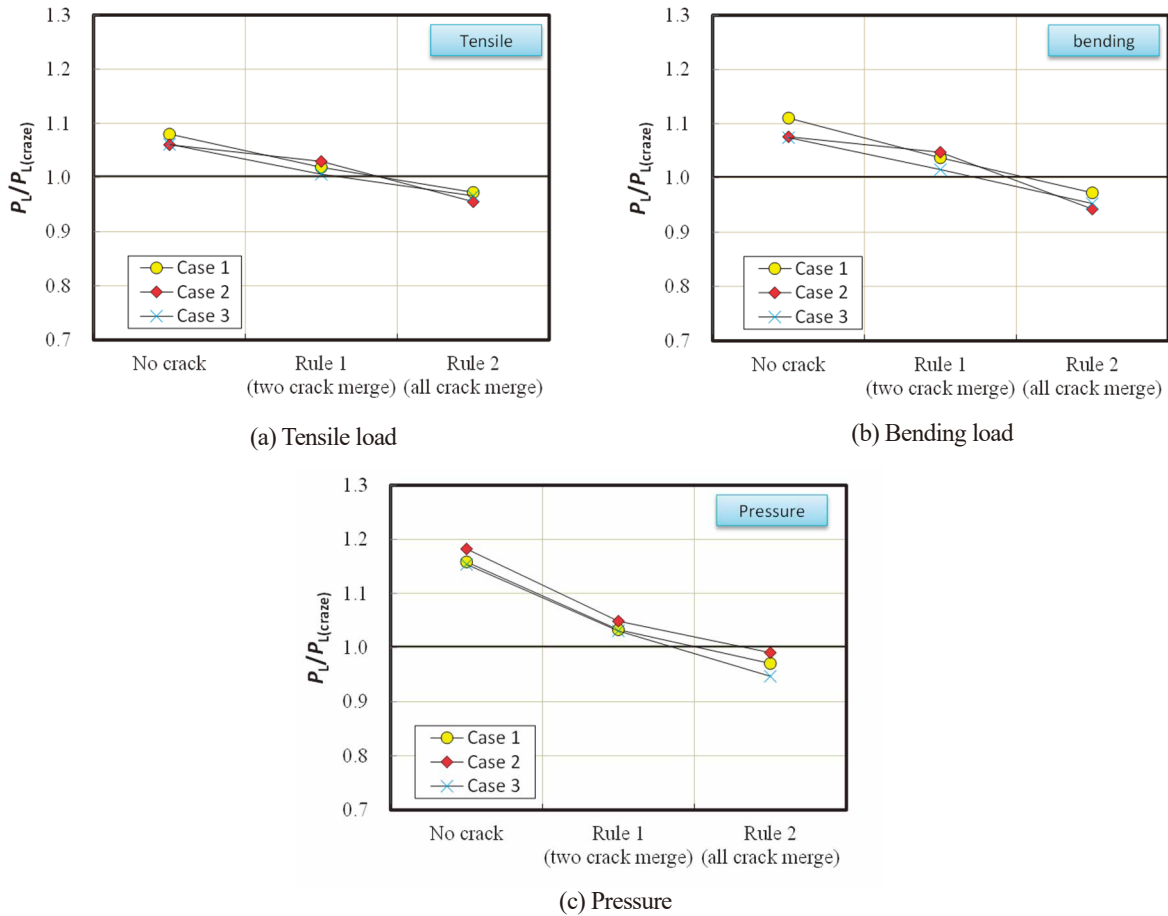


Fig. 28 Normalized limit load obtained assuming single equivalent crack for tensile, bending and pressure loads. The limit load was normalized by that obtained for the original multiple cracks, which is denoted as $P_{L(craze)}$. The limit load obtained applying rule 2 resulted in the conservative limit load.

ない場合の解析結果も示すが、亀甲状亀裂により極限荷重が低下していることが確認できる。Case による極限荷重の差異は大きくなかった。

3.3.2 合体亀裂および包絡亀裂に対する極限荷重

各 Case および各荷重条件に対して合体亀裂と包絡亀裂を想定した場合の極限荷重を解析した。図 28 は解析で得られた極限荷重 P_L を亀甲状亀裂の極限荷重 $P_{L(craze)}$ で正規化した値を示している。 $P_L/P_{L(craze)}$ が 1 より大きい場合は亀甲状亀裂の極限荷重を危険側に予測していることを示している。合体亀裂 (方法 1) の $P_L/P_{L(craze)}$ は 1.01~1.05 となった。つまり、現行の維持規格の手順では亀甲状亀裂の極限荷重をおおよそ 5% 程度の誤差範囲で予測できることが確認できた。ただし、いずれの場合も危険側の評価となった。一方、包絡亀裂 (方法 2) では、パターンや荷重形態によらず安全側の評価となった。内圧荷重を負荷した場合、亀裂による極限荷重の変化が相対的に大きくなった。

3.4 亀甲状亀裂のモデル化方法

維持規格の規定に従って亀甲状亀裂を有する配管の破壊荷重 (極限荷重) を算出する際、亀甲状亀裂を等価な単一の亀裂に置き換える必要がある。本報では、その方法として現行の規定に従って 2 つの亀裂を合体させる方法 1 に加え、全ての亀裂を包絡するようにモデル化する方法 2 を検討した。シミュレーションで模擬された亀甲状亀裂を用いて、引張と曲げ荷重および内圧に対する極限荷重を算出したところ、方法 1 は全ての場合において、安全側の予測とはならなかった。ただし、方法 1 によって得られる極限荷重は亀甲状亀裂のそれと比較して維持規格の評価で考慮される安全率 (おおよそ 1.5) よりも十分小さく、必ずしも許容できないものではない。一方、方法 2 を適用することで全ての条件において安全側の極限荷重を予測することができた。また、方法 2 は、主亀裂が明確でない場合にも適用できる利点もある。方法 1 と方法 2 のいずれの方法を適用するかは流動応力の設定方法や評価の目的などを考慮する必要がある。

4. 結言

多数の亀裂が発生・進展する様子を模擬できるシミュレーションを開発した。Abaqus の X-FEM 機能を活用し、亀裂周囲での不均一な応力分布や、それによる亀裂発生までの潜伏期間の違いが考慮できるようにした。また、亀裂進展においては、亀裂同士の相互作用による亀裂進展駆動力である K 値の変化を考慮した。

本シミュレーションを用いて単軸荷重、等 2 軸荷重および熱疲労荷重下での亀裂進展を模擬した。そして、亀甲状亀裂が出現する様子を再現した。亀甲状亀裂が出現する要因として、とくに、深さ方向の進展が停留または停留に近い状態であることを指摘した。

シミュレーションで再現された亀甲状亀裂が配管で発生した場合を想定して、引張負荷、曲げ負荷そして内圧負荷下での極限荷重を調べた。現行の維持規格に規定されている 2 つの亀裂のみを合体させるモデル化方法 (方法 1) を適用すると、亀甲状亀裂による極限荷重の低下をおおよそ予測できるが、危険側の予測になる場合もあった。一方、全ての亀裂を包絡するようにモデル化する方法 (方法 2) を適用すると、すべての条件において極限荷重を安全側に予測できた。

引用文献

- (1) Taheri, S., Some advances on understanding of high cycle thermal fatigue crazing, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 129 (2007), pp.400-410.
- (2) Shimakawa, T., Take, K., Uno, M., Takamatsu, S., Takahashi, Y. and Miura, N., Development of the evaluation method for crack propagation due to thermal striping, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 138 (1992), pp.283-296.
- (3) Maillot, V., Fissolo, A., Degallaix, G. and Degallaix, S., Thermal fatigue crack networks parameters and stability: an experimental study, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42 (2005), pp.759-769.
- (4) Ancelet, O., Chapuliot, S. and Henaff, G., Experimental and numerical study of crack initiation and propagation under a 3D thermal fatigue loading in a welded structure, *International Journal of Fatigue*, Vol. 30 (2008), pp.953-966.
- (5) Gardin, C., Le, H. N., Benoit, G. and Bertheau, D., Crack growth under thermal cyclic loading in a 304L stainless steel – experimental investigation and numerical prediction, *International Journal of Fatigue*, Vol. 23 (2010), pp.1650-1657.
- (6) Abe, H., Crack growth of carburized materials due to thermal striping in sodium, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 55 (1996), pp.679-687.
- (7) 寄川盛男, 松田憲昭, 安部実, 増野浩一, 磯部展宏, 吉成明, 肉厚方向に温度分布を有する Ni 基超合金製円筒試験片の熱疲労き裂進展挙動, *材料*, Vol. 54, No. 7 (2005), pp.761-766.
- (8) Paffumi, E., Nilsson, K. F. and Taylor, N. G., Simulation of thermal fatigue damage in a 316L model pipe component, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 85 (2008), pp.798-813.
- (9) Haddar, N. and Fissolo, A., 2D simulation of the initiation and propagation of crack array under thermal fatigue, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 235 (2005), pp.945-964.
- (10) Haddar, N., Fissolo, A. and Maillot, V., Thermal fatigue crack networks: an computational study, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 42 (2005), pp.771-788.
- (11) Seyedi, M., Taheri, S. and Hild, F., Numerical modeling of crack propagation and shielding effects in a striping network, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 236 (2006), pp.954-964.
- (12) Skelton, R. P. and Nix, K. J., Crack growth behaviour in austenitic and ferritic steels during thermal quenching from 550C, *High Temperature Technology*, Vol. 5, No. 1 (1987), pp.3-12.
- (13) Hayashi, M., High-cycle thermal fatigue crack initiation and growth behavior in a semi-infinite plate model, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 123 (2001), pp.305-309.
- (14) 林眞琴, 平野明彦, BWR 模擬環境中における高サイクル熱疲労表面き裂の発生・進展・停留挙動, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 69, No. 685 (2003), pp.1353-1359.
- (15) Kamaya, M. and Taheri, S., A study on the evolution of crack networks under thermal fatigue loading, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 238, (2008), pp.2147-2154.
- (16) Amine, S. and Taheri, S., Crack arrest in high cycle thermal fatigue crazing, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 240 (2009), pp.30-38.

- (17) 飯井俊行, 細田誠, 渡邊勝彦, 繰り返し熱衝撃下円筒内表面環状き裂の停留深さ, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 67, No. 661 (2001), pp.1535-1541.
- (18) Kamaya, M., Crack growth under high-cycle thermal fatigue loading: effects of stress gradient and relaxation in a crack network, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 133, (2011) no.61203.
- (19) 日本機械学会, 発電用原子力設備規格維持規格, JSME S NA1-2020 (2020), 日本機械学会.
- (20) Hasegawa, K., Saito, K. and Miyazaki, K., Alignment rule for non-aligned flaws for fitness-for-service evaluations based on LEFM, *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 131 (2009), no. 041403.
- (21) 釜谷昌幸, 近接した軸方向き裂に対する破壊評価のための合体基準, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 77, No. 782 (2011), pp.1814-1827.
- (22) 釜谷昌幸, Amine, S., Taheri, S., 熱疲労荷重下における亀甲状き裂の発生要因と影響, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.75, No.751 (2009), pp.343-352.
- (23) Belytschko, T. and Black, T., Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 45, pp.602-620, 1999.
- (24) 長嶋利夫, X-FEM による弾性解析の精度についての検討, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 67, No. 662 (2001), pp. 1569-1575.
- (25) Le, H. N. and Gardin, C., Analytical prediction of crack propagation under thermal cyclic loading inducing a thermal gradient in the specimen thickness – Comparison with experiments and numerical approach, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 78 (2011), pp.638-652.
- (26) Kadlec, M., Haušild, P., Siegl, J., Materna, A. and Bystrianský, J., Thermal fatigue crack growth in stainless steel, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 98 (2012), pp.89-94.
- (27) Kamaya, M., Influence of bulk damage on crack initiation in low-cycle fatigue of Type 316 stainless steel, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 33 (2009a), pp.94-104.
- (28) Kamaya, M. and Kawakubo, M., Strain-based modeling of fatigue crack growth – An experimental approach for stainless steel, *International Journal of Fatigue*, Vol. 44 (2012), pp.131-140.
- (29) 釜谷昌幸, 川久保政洋, き裂成長予測による低サイクル疲労の損傷評価 (成長予測モデルの構築とその適用例), 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 78, No.795 (2012), pp.1518-1533.
- (30) Kamaya, M., Fatigue crack tolerance design for stainless steel by crack growth analysis, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 177 (2017), pp.14-32.
- (31) Kamaya, M., Stress intensity factors of surface crack with undulated front, *JSME International Journal (Series A)*, Vol. 49, No. 4 (2006) pp.529-535.
- (32) Kamaya, M., A crack growth evaluation method for multiple interacting cracks, *JSME International Journal (Series A)*, Vol. 46 (2003) pp.15-23.
- (33) Kamaya, M., Assessment of thermal fatigue damage caused by local fluid temperature fluctuation (part I: characteristics of constraint and stress caused by thermal striation and stratification), *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 268 (2014), pp.121-138.
- (34) Kamaya, M., J-integral solutions for surface cracks inside pipes under bending load, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol. 3, No. 10 (2009b), pp.1115-1126.
- (35) 菅村健治, 岡田裕, 釜谷昌幸, 矩形き裂に特化した J 積分による応力拡大係数データベース整備, 日本機械学会関東支部第 27 期総会・講演会 (2021), 10E03.
- (36) 釜谷昌幸, き裂成長予測による低サイクル疲労の損傷評価 (繰返し熱応力下での疲労寿命), 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 79, No.806 (2013a), pp.1530-1544.
- (37) Kamaya, M. and Nakamura, A., Thermal stress analysis for fatigue damage evaluation at a mixing tee, *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 241 (2011) pp.2674-2687.
- (38) 釜谷昌幸, 北村隆行, 干渉する段違い表面き裂の応力拡大係数, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 68, No.671 (2002), pp.1112-1119.
- (39) 釜谷昌幸, 維持規格における曲げ荷重を受ける管の極限荷重評価方法 (設計・建設規格との比較と破壊試験の結果からの考察), 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 79, No.801 (2013b), pp.657-671.
- (40) Elguedj, T., Gravouil, A. and Combescure, A., Appropriate extended functions for X-FEM simulation of plastic fracture mechanics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, No. 7-8 (2006), pp. 501-515.